

ШИФР 15898

Класс 9 Вариант 1-1 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ имени Н.Э.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	8	12	12	14	16	0	82	восемьдесят два	

№1 5 5 5 5 5 5 15 12 20 0 44 сорок четыре 

$$\frac{5\frac{1}{5} - 4,1}{3\frac{2}{3}} = \frac{5,2 - 4,1}{\frac{11}{3}} = \frac{\frac{11}{10}}{\frac{11}{3}} = \frac{11 \cdot 3}{10 \cdot 11} = \frac{3}{10} = 0,3$$

~~4~~ 5

№2

Пусть I бригада изготовила x станков, тогда II бригада $x - 0,15x = 0,85x$; а III бригада $x + 0,2x = 1,2x$ станков. $x + 0,85x + 1,2x = 366$
 $3,05x = 366$
 $x = 120$ (станков) - изготовила I бригада.

Ответ: первая бригада изготовила 120 станков.

№3

I) числитель: $\sqrt{9^6} + \sqrt{9^2 \cdot 10^{-2}} - \sqrt{9^4 \cdot 10^4} - \sqrt{4 \cdot 12} = 9^3 + 0,9 - 0,81 - 10^{-6} = 9^3 + 0,9 - 0,81 - 10^{-6}$

II) знаменатель: $\sqrt[4]{10^{-20}} + \sqrt[4]{9^8 \cdot 10^{-4}} - \sqrt[4]{9^2 \cdot 10^{-6}} - \sqrt[4]{9^{10}} = 10^{-5} + 9^2 \cdot 0,1 - 3 \cdot 10^{-4} - 3^5$

$$\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{x} - (x\sqrt{y} + y\sqrt{y})}{y\sqrt[4]{y} + x\sqrt[4]{y} - (y\sqrt[4]{x} + x\sqrt[4]{x})} = \frac{(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{-1(x+y)(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})} = \frac{\sqrt{81} - \sqrt{10^4}}{-1(\sqrt[4]{81} - \sqrt[4]{10^4})} = \frac{9 - 10^{-2}}{-1(3 - 10^{-1})} = \frac{(3 - 10^{-1})(3 + 10^{-1})}{-1(3 - 10^{-1})} =$$

 $= \frac{3 + 0,1}{-1} = -3,1;$

Ответ: -3,1.

№4

$\sqrt{5-3x} > 1$; т.к. подкоренное выражение должно быть всегда больше или равно 0, возведём обе части неравенства в квадрат. При этом данное неравенство останется истинным (т.к. $\sqrt{5-3x} > 0$ и $1 > 0$).

$5-3x > 1$; $3x < 4$; $x < \frac{4}{3}$; $x < 1\frac{1}{3}$; ищущее наибольшее значение x это $x=1$.

Ответ: $x=1$



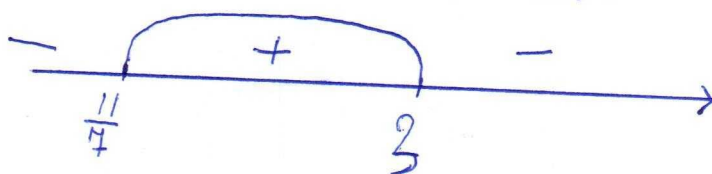
№5

$$1) \frac{13-x}{6-2x} > 4;$$

$$\frac{13-x}{6-2x} - 4 > 0;$$

$$\frac{13-x-24+8x}{6-2x} > 0;$$

$$2) \frac{4x-11}{2(3-x)} > 0; \text{ воспользуемся методом интервалов:}$$



$x \in (\frac{11}{4}; 3) \Rightarrow$ единственное целое решение
данного неравенства $x=2$.

Ответ: 2

№6

Дано:

$$A_2 A_6 = 2\sqrt{3}$$

$A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$ — правильный
шестиугольник.

Найти:

$$P_{A_1 A_6} = ?$$

Решение:

$$1) \text{ найдём величину угла данного шестиугольника по формуле}$$

$$\angle = \frac{180(n-2)}{n}; \quad \angle A_2 A_1 A_6 = \frac{180(6-2)}{6} = 120^\circ.$$

$$2) \text{ Т.к. } A_1 A_2 = A_1 A_6 \text{ (} A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \text{ — правильный шестиугольник)} \Rightarrow \angle A_1 A_2 A_6 = \angle A_1 A_6 A_2$$

и по т. о сумме углов Δ :

$$\angle A_1 A_2 A_6 = (180 - 120) : 2 = 30^\circ$$

$$3) \text{ по т. синусов для } \Delta A_1 A_2 A_6: \frac{A_1 A_6}{\sin 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ};$$

$$\frac{A_1 A_6 \cdot 2}{1} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{3}}$$

$$A_1 A_6 = 2.$$

$$4) \text{ Т.к. в правильном шестиугольнике 6 равных сторон, то периметр}$$

этой фигуры $= 2 \cdot 6 = 12$.

Ответ: периметр данного шестиугольника равен 12.



ШИФР 15898

№ 7

$\sqrt{-x^2 + 2x + 35} = -x - 5$; т.к. подкоренное выражение должно быть больше или равно 0, то $-x - 5$ тоже больше или равно 0

$$-x - 5 \geq 0$$

$$-x \geq 5$$

$$x \leq -5$$

Возведём обе части уравнения в квадрат, ~~применяя~~ и решим получившееся уравнение, учитывая, что $x \leq -5$.

$$-x^2 + 2x + 35 = (-x - 5)^2 = (x + 5)^2$$

$$-x^2 + 2x + 35 = x^2 + 10x + 25$$

$$2x^2 + 8x + (-10) = 0$$

$$2x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$D = 64 + 80 = 144 = 12^2$$

$$x_1 = \frac{-8 + 12}{4} = 1; \text{ но } 1 > -5 \Rightarrow \text{нам данный корень НЕ подходит}$$

$$x_2 = \frac{-8 - 12}{4} = -5; -5 \leq -5 \Rightarrow \text{подходит.}$$

Ответ: $x = -5$

№ 8

$n^2 - 287n + 7252 < 0$; решим как квадратное уравнение

$$D = 82369 - 29008 = 53361 = 231^2$$

$$n_1 = \frac{287 + 231}{2} = \cancel{234} \underline{259}$$

$$n_2 = \frac{287 - 231}{2} = 28$$

теперь разложим данное в условии левую часть неравенства по формуле $a(x - x_1)(x - x_2)$: $1(n - 234)(n - 28) = n^2 - 287n + 7252$;

$(n - 234)(n - 28) < 0$; воспользуемся методом интервалов



$n \in (28; 234)$

продолжение на другом листе

№8 (продолжение)

$n \in (28; 234)$; нам нужно найти сумму всех n , которые кратны 7.

Заметим, что это арифметическая последовательность, в которой: $d=7$; $a_1=35$ (первое, кратное 7 число, после 28);

$a_n=231$ (первое, кратное 7 число, перед 234): Найдём сумму элементов данной последовательности по формуле: $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

$S_n = \frac{(35 + 231) \cdot n}{2}$; значение n можно найти из формулы: $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$231 = 35 + 7(n-1)$$

$$196 = 7n - 7$$

$$203 = 7n$$

$$n = 29; \text{ Итого: } S_n = \frac{(35 + 231) \cdot 29}{2} = 133 \cdot 29 = 3857$$

(12) (14)

Ответ: сумма всех целых чисел n , делящихся без остатка на 7 и удовлетворяющих данному в условии неравенству, равна 3857

№9

	Н	М	П
I	2х	х	3х
II	у	у	2у
Результат	8		40. остаток Миши 5

пусть в упаковке было z конфет, тогда:

$$\begin{cases} z - 2x - 8 - y = 0 \\ z - x - y = 5(z - 3x - 2y) \end{cases}$$

подставим это во второе уравнение системы

$$z - 2x - 8 - y = 0 \Rightarrow z - x - y = x + 8$$

$$z - 2x - 8 - y = 0 \Rightarrow 2z - 4x - 2y = 16$$

$$x + 8 = 5(16 - 2x + 2y)$$

$$x + 8 = 640 - 40x + 40y$$

$$40x = 632 + 39x$$

$$z = 632 + 39x$$

$$x + 8 = 80 - 5z + 5x$$

$$5z = 42 + 4x$$

$$z = 72 + 4x$$

продолжение решения в следующей
листовке



ШИФР 15898

№ 9 (продолжение)

пусть K - кол-во конфет, оставшихся

Пусть:

$$x + y + 5K = 3x + 2y + K$$

$$4K = 2x + y$$

$$x + y + 5K = 2x + y + 8$$

$$5K = x + 8$$

$$\Rightarrow x + y + 5K = 4K + 8$$

$$8 - x - y = K$$

$$3x + 2y + K = 4K + 8$$

$$x + y + K = 8$$

$$z - x - y = x + 8$$

$$z - 2x - 8 - y = 0$$

$$z - 2x - 8 - y = 0$$

$$2z - 4x - 2y = 16$$

$$x + 8 = 5(16 - 2x + y)$$

$$x + 8 = 80 - 5x + 5y$$

$$z = \frac{72 + 4x}{5}$$

Т.к. z - целое число, то

минимальное значение $x = 2$; при этом $z = 16$.
При проверке, это число подходит. Докажем, что оно
единственное.

Это так, так как при дальнейшем увеличении x $2x$
становится больше z , а $x = 7$ не подходит (проверка на
первокире)

Ответ: в подарок было 16 конфет.

№ 10

это арифметическая последовательность, в которой

$$a_1 = 1; a_n = 1000; n = 1000;$$

Значит сумма всех целых чисел от 1 до 1000
равна $S_n = \frac{(1 + 1000) \cdot 1000}{2} = 500500$

Ответ: 500500 - сумма всех целых чисел от 1 до 1000

~~16~~ 20

среднее арифметическое!
(условие)

©