

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	2	0	2	—	12	3	6	16	—	41	сорок один		

$$\text{N1. } B = \frac{(\frac{1}{3})^{10} \cdot 27^3 + (0.2)^4 \cdot 25^{-2} + (64^{-5})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2.017) \cdot \sqrt{0.36} = \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 2^2}{2+\sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2-\sqrt{3}} \cdot$$

$$\times 0.6 = \frac{3 + \cancel{8} + 4}{4+2} \Rightarrow 0.6 = \frac{12}{6} \cdot 0.6 = 1.2 \cdot 0.8$$

Число "B" — это 10% от числа "A". 1,2 — 10% от "A", тогда $A = \frac{100 \cdot 1.2}{10} = 12$

Ответ: 12

(2)

N6.

Пусть время встречи велосипедистов "x", тогда $12x + 13x = 75 \Rightarrow \Rightarrow 25x = 75, x = 3$. За время движения 2-х велосипедистов друг к другу собаки бегала со скоростью 15 км/ч, тогда путь пройденный собакой будет равен $S = 3 \cdot 15 = 45$ (км)

Ответ: 45 км ✓ (12)

N2

Пусть x — производительность насоса, V — работу обозначим за "1"
 $\frac{1}{4x} + \frac{1}{12x} = 11$ часов

Пусть x — производит. одного насоса, V — объем танкера $\Rightarrow$
 $\frac{V}{4x} + \frac{V}{12x} = 112; \frac{V}{3x} + \frac{V}{12x} = 187$. Решим систему

$$\begin{cases} \frac{V}{4x} + \frac{V}{12x} = 112 \\ \frac{V}{3x} + \frac{V}{12x} = 187 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3V + V = 131x \\ 4V + V = 216x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{131x}{4} \\ V = \frac{216x}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{131x}{4} = \frac{216x}{5}$$

$$455x = 864x$$

Ответ: ?



ШИФР

17889

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



N3.

$\triangle CAD \sim \text{прямоуг.}$ Пусть $CA = x$

$$CD = x\sqrt{5} \text{ (т. Пифагора)}$$

$$S_{\triangle CAD} = \frac{1}{2} x \cdot 2x = x^2$$

$$S_{\triangle CAD} = \frac{1}{2} \sin \angle CDA \cdot CD \cdot AD \Rightarrow \sin \angle CDA = \frac{2 S_{\triangle CAD}}{CD \cdot AD} = \frac{2x^2}{2x \cdot x\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\angle CDA = \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\triangle BAK \sim \text{прямоуг.}$:

$$AB = x\sqrt{10} \text{ (т. Пифагора)}$$

$$S_{\triangle BAK} = \frac{1}{2} x \cdot 3x = \frac{3x^2}{2}$$

$$S_{\triangle BAK} = \frac{1}{2} \sin \angle BAK \cdot AK \cdot AB$$

$$\sin \angle BAK = \frac{2 S_{\triangle BAK}}{AK \cdot AB} = \frac{3x^2}{x\sqrt{10} \cdot 3x} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\angle BAK = \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$\triangle AOD$:

$$\angle AOD = 180^\circ - \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} = ?$$

(2)

$$(\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{x+1} + 1) = \frac{1}{4}x$$

N7.

$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12} \quad |()^2$$

$$6x-x^2-5 - 2\sqrt{6x-x^2-5} \cdot \sqrt{7-2x} + 7-2x \geq 8x-x^2-12$$

$$-4x+14 \geq 2\sqrt{6x-x^2-5} \cdot \sqrt{7-2x}$$

$$7-2x \geq \sqrt{(6x-x^2-5)(7-2x)} \quad |()^2$$

$$(7-2x)^2 \geq (6x-x^2-5) \cdot (7-2x)$$

$$(6x-x^2-5) \leq 7-2x$$

$$6x-x^2-5-7+2x \leq 0$$

$$-x^2+8x-12 \leq 0$$

$$x^2-8x+12 \leq 0$$

$$(x-2)(x-6) \leq 0$$



$$x \in [2; 6]$$

$$\text{Ответ: } x \in [2; 6] ?$$

(3)

6.2.3 ?



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 17889

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \sin^2 x - \cos y \\ \cos x = \sqrt{\sin x - \cos y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \sqrt{1 - \cos y - \cos x} \\ \cos x = \sqrt{\sin x - \cos y} \end{cases}$$

Приравняем пр. части ур. и решим это ур.:

$$\sqrt{1 - \cos y - \cos x} = \sqrt{\sin x - \cos y} \quad |()^2$$

$$1 - \cos y - \cos x = \sin x - \cos y$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Пусть $k=1$, то $x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi = -\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{\pi}{2}$

Подставим данное значение в уравнение системы.

$$\cos \frac{\pi}{2} + \cos y = \sin^2 \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos y = 1, \text{ решим это ур. и найдем } y$$

$$y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $((-1)^k \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi k; 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

6

№9. Пусть $x + 2014 = y$, тогда ур. примет вид:

$$\frac{1}{y(y+1)} + \frac{1}{(y+1)(y+2)} + \frac{1}{(y+2)(y+3)} + \frac{1}{(y+3)(y+4)} = \frac{1}{999999}$$

Преобразуем лев. часть уравнения:

$$\frac{2y+2}{y(y+1)(y+2)} + \frac{2y+6}{(y+3)(y+2)(y+4)} = \frac{1}{y+2} \cdot \frac{2(y+1)(y+3)(y+4)}{y(y+1)(y+3)(y+4)} =$$

$$= \frac{2(2y+4)}{y(y+4)} \cdot \frac{1}{y+2} = \frac{4}{y(y+4)}; \quad \frac{4}{y(y+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$y^2 + 4y = 36 \cdot 11 \cdot 111$$

$$y^2 + 4y - 36 \cdot 11 \cdot 111 = 0$$

$$D_1 = 4000000 = (2 \cdot 10^3)^2$$

$$y_1 = 1998; y_2 = -2002$$

$$\begin{cases} y_1 = 1998 \\ y_2 = -2002 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = -16 \\ x_2 = -4016 \end{cases}$$

Ответ: $-16; -4016$ ✓

16