Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 18327

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н. Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	2	2	8	8	12	12	16	1	ø	65	шестьдесят пять	

Продолж. №7:

С учетом ОДЗ:

$$\left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=6; \end{array}\right.$$

12

Ответ: 3; 6. ✓

№5

Возьмем равенство $(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2=1$

$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=1$

$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=1$

$\sin^4\alpha+2\sin^4\alpha\cdot\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^4\alpha+\cos^4\alpha=1$

$\sin^4\alpha(1+2\cos^2\alpha)+\cos^4\alpha(1+2\sin^2\alpha)=1$

$\sin^4\alpha(1+2(1-\sin^2\alpha))+\cos^4\alpha(1+2(1-\cos^2\alpha))=1$

$\sin^4\alpha(3-2\sin^2\alpha)+\cos^4\alpha(3-2\cos^2\alpha)=1$

$3\sin^4\alpha-2\sin^6\alpha+3\cos^4\alpha-2\cos^6\alpha=1$

8

$3\sin^4\alpha+3\cos^4\alpha-(2\sin^6\alpha+2\cos^6\alpha)=3-2$

$3(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1)=2(\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1)$

$\dfrac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\dfrac{2}{3}$. Доказано.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18327

№ 9

$$\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt[3]{k^2-2k+1}+\sqrt[3]{k^2-k}+\sqrt[3]{k^2}}$$

Заметим, что $k^2-2k+1=(k-1)^2$, а $k^2-k=k(k-1)$, т.е.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(k-1)^2}+\sqrt[3]{k(k-1)}+\sqrt[3]{k^2}} \ldots$$

1

№ 10

$(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$

Рассмотрим, когда это не квадратичный трехчлен

$a=2$

$-x+7>0$

$\boxed{x<7}$

...

0

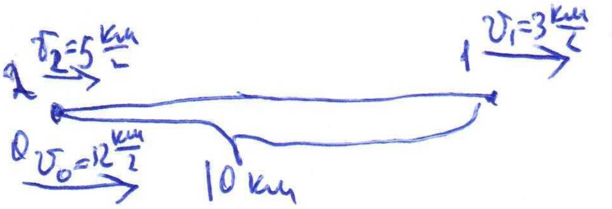
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18327

№6



$v_2 - v_1 = 2$ км/ч – скорость догонки

$\frac{10\text{ км}}{2\text{ км/ч}} = 5$ ч – 2 будет догонять 1. ✓

Все эти 5 ч ✓ будет летать оса. Значит, она пролетит $5\text{ ч} \cdot 12\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 60$ км.

12

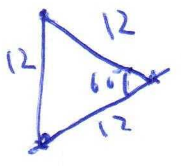
Ответ: 60 км. ✓

№3

$S_{кр} = \pi \cdot R^2$ ✓

$S_{кр} = 3{,}14 \cdot 258 \cdot 258\ м^2$

Рассмотрим какую S будут занимать минимально 3 дерева:



$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3} \cdot 12 \cdot 12}{4} = 36\sqrt{3}$ – для 3 деревьев.

Значит, 2018 деревьев займут $2015 \cdot 36\sqrt{3}\ м^2$, а 2019 деревьев займут $2016 \cdot 36\sqrt{3}\ м^2$. Значит, если $2015 \cdot 36\sqrt{3} < 3{,}14 \cdot 258 \cdot 258 < 2016 \cdot 36\sqrt{3}$, то в роще не может быть размещено более 2018.

2

Доказано.

№8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y, \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y, \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y; \end{cases}$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18327

№1

$$A=\frac{2^{-2}+2018^0}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}+4,75=\frac{0,25+1}{4-5\cdot0,25+\frac{9}{4}}+4,75=\frac{1,25}{4-1,25+2,25}+4,75=\frac{1,25}{5}+4,75=$$

$=0,25+4,75=5$ ✓

Найдём 60% от 5: $\frac{5\cdot60}{100}=3$ ④

Ответ: 3. ✓

№2

Пусть Роснефть добыла x млрд. куб. м., тогда Новатэк добыл $0,4x$ млрд. куб. м, Газпром добыл 30% от x, т.е. $0,3x$ млрд. куб. м., а Лукойл – $0,2x$ млрд. куб. м. Из усл. следует, что $x-8=0,4x+0,3x+0,2x$. Получим,

$0,1x=8$ ✓

$x=80$ млрд. куб. м.

Всего компании добыли $1,9x$, т.е. $1,9\cdot80=152$ млрд. куб. м.

Ответ: 152 млрд. куб. м. См. усл. ②

№4

$\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$

$\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$

$\begin{cases}x^3-3x+1=x^2-2x+1,\\ x\geqslant1;\end{cases}$

$\begin{cases}x^3-x^2-x=0,\\ x\geqslant1;\end{cases}$ ✓

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0,\\ x^2-x-1=0;\end{array}\right.\\ x\geqslant1;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-x-1=0;\\ x\geqslant1.\end{cases}$

$x^2-x-1=0$

$D=b^2-4ac$

$D=1+4=5$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{1+\sqrt5}{2}, ✓\\ x=\frac{1-\sqrt5}{2};\end{array}\right.$ ✓

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18327

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=\frac{1+\sqrt5}{2}, \\ x=\frac{1-\sqrt5}{2}; \end{array}\right. \\ x\geq 1; \end{cases}$

$2<\sqrt5<3$ $-3<-\sqrt5<-2$

$3<1+\sqrt5<4$ $-2<1-\sqrt5<-1$

$1{,}5<\frac{1+\sqrt5}{2}<2$ $-1<\frac{1-\sqrt5}{2}<-0{,}5$

$x=\frac{1+\sqrt5}{2}$

Ответ: $\frac{1+\sqrt5}{2}$. ✓

8

№7

$\sqrt{8x-x^2-7}-\sqrt{11-x}\geq\sqrt{9x-x^2-18}$

$\sqrt{8x-x^2-7}\geq\sqrt{11-x}+\sqrt{9x-x^2-18}$

Найдем ОДЗ:

$8x-x^2-7\geq0$ $11-x\geq0$ $9x-x^2-18\geq0$

$x^2-8x+7\leq0$ ✓ $11\geq x$ $x^2-9x+18\leq0$

$f(x)=x^2-8x+7$ $f(x)=x^2-9x+18$

+ 1 − 7 +   + 3 − 6 + ✓

$x\in[-3;6]$?

$(\sqrt{8x-x^2-7})^2\geq(\sqrt{11-x}+\sqrt{9x-x^2-18})^2$

$8x-x^2-7\geq11-x+9x-x^2-18+2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)}$

$0\geq2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)}$

$\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)}=0$

$\left[\begin{array}{l} 11-x=0, \\ 9x-x^2-18=0; \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=11, \\ x=3, \\ x=6; \end{array}\right.$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18327

$$\begin{cases} -\cos^2 x = -\sin x \cdot \sin y, \\ \cos^2 x - 1 = \cos x \cdot \cos y; \end{cases}$$

Сложим и вычтем уравнения системы и перейдем к равносильной:

$$\begin{cases} \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y = -1, \\ \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y = 2\cos^2 x - 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x-y) = -1, \\ \cos(x+y) = \cos 2x; \end{cases}$$ ✓

$$\begin{cases} x - y = \pi + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ \cos(x+y) = \cos 2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - \pi - 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ \cos(2x - \pi - 2\pi n) = \cos 2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - \pi - 2\pi n, \\ -\cos 2x = \cos 2x; \end{cases} n \in \mathbb{Z}$$ ✓

$$\begin{cases} y = x - \pi - 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k; \ \cancel{k \in \mathbb{Z}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - \pi - 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \ \cancel{k \in \mathbb{Z}} \end{cases}$$

16

$$\begin{cases} y = -\frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi n}{2}, \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \end{cases} n \in \mathbb{Z}$$ ✓

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; -\frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi n}{2}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$