ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19921

Класс 9 **Вариант** 1-2 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания МГТУ имени Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	~~4~~ 5	~~4~~ 5	—	~~8~~ 5	~~8~~ 5	~~12~~ 5	~~8~~ 8	~~12~~ 15	~~16~~ 20	~~16~~ 20	88	восемьдесят восемь	

88 восемьдесят восемь

№1.

$$4\cdot\frac{3\frac{2}{3}-2\frac{1}{6}}{1{,}5}=4\cdot\frac{3\frac{4}{6}-2\frac{1}{6}}{1{,}5}=4\cdot\frac{1{,}5}{1{,}5}=4.$$

Ответ: 4.

~~4~~ 5

№2

Возьмём x за расстояние от A до B; y за скорость.

тогда по условию: $\frac{x}{y}=2{,}5$; также сказано, что $\frac{x+15}{y+20}=2$ ⇒ можно составить систему:

$$\begin{cases}\frac{x}{y}=2{,}5\\ \frac{x+15}{y+20}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2{,}5y\\ x+15=2y+40\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2{,}5y\\ x=2y+25\end{cases}\Rightarrow 2{,}5y=2y+25\Rightarrow 0{,}5y=25\Rightarrow y=50.$$

Тогда $x=2{,}5\cdot50=125$ (км).

Ответ: 125 км

~~4~~ 5

N4.

$\sqrt{2x-3}<3$. ОДЗ: $2x-3\geq0\Rightarrow x\geq1{,}5$.

Тогда:

$$\begin{cases}x\geq1{,}5\\ \sqrt{2x-3}<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq1{,}5\\ \begin{cases}2x-3<9\\ 2x-3>-9\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq1{,}5\\ x<6\\ x>-3\end{cases}\Rightarrow x\in[1{,}5;6)\Rightarrow \text{наим. } x=2$$

Ответ: x=2.

~~8~~ 5

ШИФР 19921

N5.

$$\frac{4-x}{4x+5} \le -2$$

ОДЗ: $x \neq -1,25$, иначе в знаменателе будет 0.

$$\frac{4-x}{4x+5} \le \frac{-2(4x+5)}{4x+5}$$

$$\frac{4-x+8x+10}{4x+5} \le 0 \Rightarrow \frac{7x+14}{4x+5} \le 0.$$

Решим методом интервалов:

$$\frac{7(x+2)}{4(x+1,25)} \le 0.$$

$+ \quad -2 \quad - \quad -1,25 \quad + \quad x$

$x \in [-2; -1,25) \Rightarrow$ всего одно целое решение.

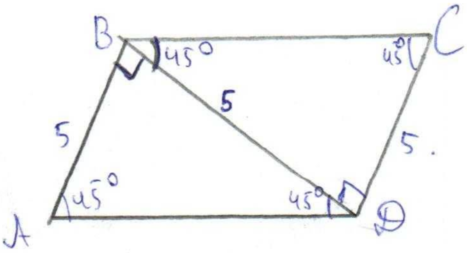
8 5

Ответ: 1.

N6.

Дано:
$\angle ABD = 90^0$
$\angle CBD = 45^0$
парал. $ABCD$
$BD = 5$
Найти:
S_{ABCD} - ?

Решение:



Т.к. $\angle ABD = 90^0$ и $\angle CBD = 45^0$, то и $\angle ADB = 45^0$; $\angle CDB = 90^0$ т.к. это будут накрест лежащие углы при пар. прямых и секущей BD.
$\angle A = \angle C = 45^0$ по сумме углов треугольника.
$\Downarrow$
$AB = CD = 5$, т.к. они будут боковыми сторонами в р/б треугольниках ABD и CDB.
А т.к. эти треугольники прямоугольные и равные, то

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 5}{2} = 25.$$

Ответ: 25.

12 5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19921

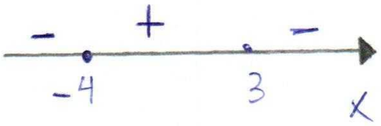
№7.

$\sqrt{-x^2-x+12}=3x-9$.

$-x^2-x+12 \geq 0$, т.к. подкоренное выражение всегда неотрицательно.

$-x^2-x+12=-(x+4)(x-3)$.

$-(x+4)(x-3)\geq 0$.



$x\in[-4;3]$.

$\sqrt{-x^2-x+12}=3x-9 \Rightarrow$

$3x-9\geq 0$

$-x^2-x+12=(3x-9)^2$

$-x^2-x+12=9x^2-54x+81$.

8

$10x^2-53x+69=0$.

$D=49$.

$x_{1,2}=\frac{53\pm7}{20}=3;\ 2,3$. – подходят по ОДЗ $\Rightarrow$

$x=2,3;3$.

Ответ: $x=2,3;3$.

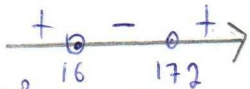
№8

$n^2-188n+2752<0$. Сначала разложим трёхчлен на множители, для этого надо решить уравнение.

$n^2-188n+2752=0 \Rightarrow$ $D=188^2-2752\cdot4=35344-11008=24336=156^2$.

$n_{1,2}=\frac{188\pm156}{2}=172;16$.

Решим неравенство: $(n-172)(n-16)<0$.



$n\in(16;172)$. Чтобы найти сумму чисел, необходимо найти сумму последовательности с шагом 4 (т.к. числа должны делиться на 4) и первым членом 20 (т.к. это первое число, отвечающее условиям).

$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$. Найдём число членов: последний член будет 168, т.к. он последний удовлетворяет условиям. По формуле, $a_n=20+4(n-1)=168 \Rightarrow 20+4n-4=168$.

$4n=152$.

$n=38$.

Всего 38 членов.

Тогда: $S_{38}=\frac{20+168}{2}\cdot38=\frac{188}{2}\cdot38=94\cdot38=3572$.

~~12~~ 15

Ответ: 3572.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 1992 1.

№10.

Для начала найдём сумму цифр всех 2-значных чисел. В первом десятке она равна 55. Во втором она будет равна 65, т.к. сумма цифр числа, на 10 больше другого, в этом случае будет на 1 больше. Всего сумм 10 ⇒ разница между ними будет 10. И так далее мы ищем суммы до чисел с 9 в разряде десятков. Сумма цифр тогда будет 135. $55+65+\ldots+135=(135+55)\cdot4+95=855$.

Теперь найдём сумму всех 3х-значных чисел. У чисел от 100 до 199 сумма ищется аналогично, но т.к. десятков 10, а не 9, мы прибавим 145 (т.е. следующий после 135 сумма цифр). Тогда сумма будет 1000. Следующие суммы будут считаться прибавлением к сумме цифр предыдущих сотен 100, т.к. каждый раз сумма цифр числа, на 100 большего другого, будет на 1 больше, чем у него. А чисел всего 100. Сумма всех цифр будет $1000+1100+\ldots+1800=(1000+1800)\cdot4+1400=12600$.

Тогда сумма цифр чисел от 10 равна $\underbrace{855}_{2\text{-х зн.}}+\underbrace{12600}_{3\text{х-зн.}}+\underbrace{1}_{1000}=13456$.

Ответ: 13456.

~~16~~ 20

№9

A_1 – кол-во задач, решенных за 1 день Аней
A_2 – за II день
A_3 – оставшиеся задачи.

Для других сменё аналогично ($Б_1, Б_2, Б_3$ и $В_1, В_2, В_3$).

Из условий задачи следует:

$Б_1=A_1$; $В_1=2Б_1$.
$Б_2=В_2$; $A_2=3Б_2$;
$A_3=1$; $В_3=\frac{1}{3}Б_3$.

Начертим таблицу, где заменим по условиям все задачи относительно кол-ва задач Бориса:

	А	Б	В
I	$Б_1$	$Б_1$	$2Б_1$
II	$3Б_2$	$Б_2$	$Б_2$
III	1	$Б_3$	$\frac{1}{3}Б_3$

т.к. $A=Б+5$, т.о.:

$Б_1+3Б_2+1=2Б_1+Б_2+Б_3+5$

$2Б_2=Б_3+4$

$Б_2=\frac{Б_3+4}{2}$.

т.к. $Б=В$, т.о.: $Б_1+Б_2+Б_3=2Б_1+Б_2+\frac{1}{3}Б_3$

$Б_1=\frac{2}{3}Б_3$.

Тогда Борису надо решить $\underbrace{\frac{Б_3+4}{2}}_{Б_2}+\underbrace{\frac{2}{3}Б_3}_{Б_1}+Б_3=\frac{13}{6}Б_3+2$ задачи,

Подставим $Б_3$ такое, чтобы выражение Ане $=\frac{13}{6}Б_3+7$ было целым, также все остальные переменные целые, а условия удовлетворяются. ⇒ $Б_3=6$ ⇒ $Б=В=15$; $A=20$.

Ане необходимо решить 20 задач.

Ответ: 20 задач.

~~16~~ 20