

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	2	4	2	—	—	—	6	12	16	—	42	сорок два	

$$N1. B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{-\frac{1}{3}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} = 3^{10}; \quad 27^{-3} = \frac{1}{3^{3 \cdot 3}} = \frac{1}{3^6}; \quad 0,2^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 5^4$$

$$25^{-2} = \frac{1}{5^4}; \quad (64^{-\frac{1}{3}})^{-3} = 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^6} = 4$$

$$B = \frac{3 \cdot 4 \cdot 6}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 6}{10 \cdot (2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})})} \cdot \frac{6}{10}$$

$$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 6}{10 \cdot (4+2\sqrt{4-3})} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 6}{10 \cdot 6} = 1,2$$

$$0,1A = 1,2$$

$$A = 12$$

Ответ: 12 8.

одно число

№2. Пусть x — количество билетов = x л/час

первое такси = 1, второе = y от первого

$$\text{Найти: } \frac{y}{3x} (?)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4x} + \frac{\frac{1}{3}y}{4x} = 11 \\ \frac{1}{3x} + \frac{\frac{1}{4}y}{x} = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y+3}{12x} = 11 \\ \frac{3y+4}{12x} = 18 \end{cases}$$

$$\frac{y+3}{11} = \frac{3y+4}{18}$$

$$33y+44 = 18y+54$$

$$15y = 10; y = \frac{2}{3}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19958

$$12x = \frac{9+3}{11} = \frac{\frac{2}{3} + 3^3}{11} = \frac{\frac{11}{3}}{11} = \frac{1}{3} ; x = \frac{1}{36} ; 3x = \frac{1}{12}$$

$$\frac{y}{3x} = \frac{2}{3} \cdot 12^4 = 6 \text{ (чисел)}$$

Ответ: 6 чисел. ✓ (4)

№3. Пусть сторона «клетки» = x . $CA = x$, $AD = 2x$;

$\angle AOD$ и $\angle AOC$ — смежные

углы между AB и CD — углы AOC

$\angle AOC = \angle BAD + \angle CDA$ (свойство смежных углов)

$$\text{tg } \angle BAD = \frac{BK}{AK} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

$$\text{tg } \angle CDA = \frac{CA}{AD} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\angle AOC = \arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3}$$

Ответ: $\arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3} = ?$ (2)

$$\sqrt{-(x-5)(x-1)} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{-(x-6)(x-2)} \quad \uparrow^2$$

суж-е корней данных выражений:

$$x \in [1; 5] \quad | \quad x \in [-\infty; 3,5] \quad | \quad x \in [2; 6]$$

$$\begin{aligned} &\text{при этом} \\ &-x^2 + 6x - 12 \geq 0 \\ &\Rightarrow x \in [2; 6] \end{aligned}$$

выражение существует на промежутке: $[2; 3,5]$

$$-x^2 + 6x - 5 - 2x + 7 - 2\sqrt{(2x-7)(x-5)(x-1)} \geq -x^2 + 6x - 12$$

$$x \in [2; 3,5]$$

$$\begin{cases} \sqrt{(2x+7)(x^2-6x+5)} \geq 2x-7 \\ x \in [2; 3,5] \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x^3 - 19x^2 + 52x - 35 \geq 4x^2 - 28x + 49 \\ x \in [2; 3,5] \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 2x^3 - 23x^2 + 80x - 84 \geq 0 \\ x \in [2; 3,5] \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} (x-2)(x-6)(x-3,5) \geq 0 \\ x \in [2; 3,5] \end{array} \right.$$

2	-23	80	-84
2	-19	42	0

$\begin{array}{c} + \\ - \end{array}$
 $\begin{array}{c} + \\ - \end{array}$
 $\begin{array}{c} + \\ - \end{array}$
 $\begin{array}{c} + \\ - \end{array}$

$x \in [2; 3,5] \cup (6; +\infty)$
 $x \in [2; 3,5] \cup (6; +\infty)$

Ответ: $x \in [2; 3,5]$ (7)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x &= 1 \quad \uparrow^2 ? \\ 1 + 2\sin x \cdot \cos x &= 1 \\ \sin x \cdot \cos x &= 0. \end{aligned}$$

но $\cos x \geq 0$, при $x = \pi k$ $\cos$ имеет $\cos \pi k < 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ x = 2\pi k \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ 1 + \cos y = 0 \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 0 + \cos y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pm \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $(2\pi k; \pm \pi + 2\pi n);$
 $(\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi n)$

$$\text{N9} \quad \frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$\text{Замени } t = x + 2016$$

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{(t-1)t} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} = \frac{(t+1)(t+2) + (t-1)(t+2)}{(t^2-1)(t^2-4)} +$$

$$+ \frac{t-1+t+1}{t(t^2-1)} = \frac{2t^2+4}{(t^2-1)(t^2-4)} + \frac{2t}{t(t^2-1)} = \frac{2t^3+4t+2t^3-8t}{t(t^2-1)(t^2-4)} =$$

$$= \frac{4t^3-4t}{t(t^2-1)(t^2-4)} = \frac{4}{t^2-4} = \frac{1}{999999}$$

$$4 \cdot 999999 = t^2 - 4; \quad t^2 = 4(1 + 999999) = 4 \cdot 10^6$$

$$t = \pm 2000 \Rightarrow \begin{cases} x = -4016 \\ x = -16 \end{cases}$$

Ответ: -16; -4016.

16