

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018г.

Площадка написания МТТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	—	8	8	12	12	12	—	—	60	шестьдесят	

Задача 1: лист 1

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 1}{\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} - 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}} + 4,75 = \\
 &= \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{\frac{5}{4}}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{\frac{5}{4}}{4 + 1} + 4,75 = \\
 &= \frac{\frac{5}{4}}{5} + 4,75 = \frac{1}{4} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5.
 \end{aligned}$$

Тогда 60% от значения выражения A будет равно:
 $0,6 \cdot 5 = 3.$

Ответ: 3.

Задача 2:

1) "Роснефть"

$$\frac{\text{ЛУКОЙЛ}}{\text{ЛУКОЙЛ}} = \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{1} = \frac{5}{1}$$

2) "Новатэк"

$$\frac{\text{ЛУКОЙЛ}}{\text{ЛУКОЙЛ}} = \frac{1}{5} : \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{1} = \frac{2}{1}$$

3) Пусть x млрд. куб. м. добыча газа компанией ЛУКОЙЛ.
 Тогда компания "Роснефть" добыла 5x млрд. куб. м. газа,
 а компания "Новатэк" добыла 2x млрд. куб. м. газа.

4) Получим, что компания "Газпром нефть" добыла:
 Продолжение на следующем листе 2

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

20074

лист 6:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(x-y) = -1 \\ \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin(\pi + y + 2\pi n) - \frac{1}{\sin(\pi + y + 2\pi n)} = \sin y$$

$\Rightarrow$

$$x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin(\pi + y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin(\pi + y) - \frac{1}{\sin(\pi + y)} = \sin y \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ -\sin y + \frac{1}{\sin y} = \sin y \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin y \left(2 - \frac{1}{\sin^2 y} \right) = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} \sin y = 0 \\ \sin y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

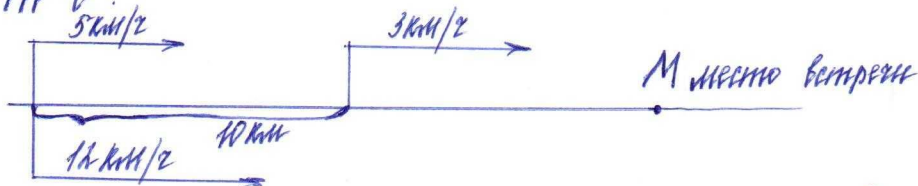
$$\begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

орз-9

Ответ: $(2\pi n, \pi + 2\pi n); (\pi + 2\pi n, 2\pi n); (\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{\pi}{4} + 2\pi n); (\frac{5\pi}{4} + 2\pi n, \frac{\pi}{4} + 2\pi n);$
 $(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \frac{3\pi}{4} + 2\pi n); (\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n), \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$

лист 5.

Задача 6:



- 1) Пусть через t часов 2-ой путешественник догонит 1-ого.
- 2) Тогда до жеста оба путешественника пройдут одинаковое расстояние, причем 1-ый пройдет расстояние:

$(3t + 10)$ км, а 2-ой — $(5t)$ км.

- 3) И-по получим уравнение: $3t + 10 = 5t$

$$2t = 10$$

$$t = 5 \text{ часов.}$$

- 4) Т.к. из условия сказано, что 2-ой путешественник и оба были одновременно, ~~оба~~ ^и оба прекратили свои походы только тогда, когда путешественники встретились, то время всего движения ~~оба~~ равно t , т.е. равно 5 часов.

- 5) Тогда ~~оба~~ проехали: $12 \text{ км/ч} \cdot 5 \text{ ч} = 60 \text{ км.}$

Ответ: 60 км.

(12)

Задача 8:

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x - 1 = \sin x \sin y \\ \frac{-\sin^2 x}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\cos x \cos y - 1 = \sin x \sin y \\ \sin^2 x = -\cos x \cos y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \cos y + \sin x \sin y = -1 \\ \sin^2 x = -\cos x \cos y \end{cases}$$

ОДЗ-?

Продолжение на листе 6.

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



лист 4:

И-но решить систему ~~неравенств~~ неравенств:

$$\begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases}$$

$$11 - x \geq 0$$

$$9x - x^2 - 18 \geq 0$$

$$8x - x^2 - 7 \geq 11 - x + 9x - x^2 - 18 + 2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 7 \leq 0 \\ x \leq 11 \\ x^2 - 9x + 18 \leq 0 \\ 2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)} \leq 0 \end{cases}$$

$$x \leq 11$$

$$x^2 - 9x + 18 \leq 0$$

$$2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 7] \\ x \in (-\infty; 11] \\ x \in [3; 6] \\ \sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [3; 6] \\ x = 11 \\ x = 3 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$a) \sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)} = 0 \Leftrightarrow (11-x)(9x-x^2-18) = 0$$

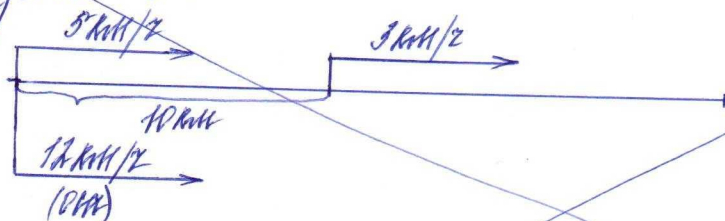
$$11-x = 0 \quad \text{или} \quad 9x-x^2-18 = 0$$

$$x = 11 \quad \text{или} \quad x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{или} \quad x = 6$$

Ответ: $x = 3; x = 6$ ✓

Задача 6:



1) Найдём скорость ~~путешественников~~ путешественников. Она будет равна: $5 \text{ км/ч} - 3 \text{ км/ч} = 2 \text{ км/ч}$.

2) Тогда $\frac{10 \text{ км}}{2 \text{ км/ч}} = 5 \text{ ч}$ - время

Продолжение на листе 5.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20074

лист 3

Задача 5:

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} &= \frac{\frac{(1 - \cos 2\alpha)^2}{4} + \frac{(1 + \cos 2\alpha)^2}{4} - 1}{\frac{(1 - \cos 2\alpha)^3}{8} + \frac{(1 + \cos 2\alpha)^3}{8} - 1} \\ &= \frac{1 - 2\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha + 1 + 2\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha}{4} - 1 \\ &= \frac{-\cos^3 2\alpha + 3\cos^2 2\alpha - 3\cos 2\alpha + 1 + \cos^3 2\alpha + 3\cos^2 2\alpha + 3\cos 2\alpha + 1}{8} - 1 \\ &= \frac{2\cos^2 2\alpha + 2}{4} - 1 = \frac{\cos^2 2\alpha + 1}{2} - 1 \\ &= \frac{6\cos^2 2\alpha + 2}{8} - 1 = \frac{3\cos^2 2\alpha + 1}{4} - 1 \\ &= \frac{\cos^2 2\alpha + 1 - 2}{2} = \frac{\cos^2 2\alpha - 1}{2} \cdot \frac{4}{3\cos^2 2\alpha - 3} = \frac{2\cos^2 2\alpha - 2}{3\cos^2 2\alpha - 3} \\ &= \frac{2(\cos^2 2\alpha - 1)}{3(\cos^2 2\alpha - 1)} = \frac{2}{3} \quad (\text{т.к.г.}) \end{aligned}$$

8

Задача 7:

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} \geq \sqrt{11 - x} + \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

Продолжение на листе 4.

~~Лист 1~~ Лист 2

1) $0,5 \cdot 5x = 1,5x$ млрд. куб. м газа.

2) Тогда из условия задачи следует, что:

$$5x - (x + 2x + 1,5x) = 8$$

$$5x - 4,5x = 8$$

$$0,5x = 8$$

$$x = 16 \text{ млрд. куб. м.}$$

3) И-по условию: Лукойл добыла $x = 16$ млрд. куб. м газа

"Роснефть" добыла $5x = 5 \cdot 16 = 80$ млрд. куб. м газа

"НОВАТЭК" добыла $2x = 2 \cdot 16 = 32$ млрд. куб. м газа

"Газпром нефть" добыла $1,5x = 1,5 \cdot 16 = 24$ млрд. куб. м газа.

Ответ: 16 млрд. куб. м; 80 млрд. куб. м; 32 млрд. куб. м;
24 млрд. куб. м. (14)

Задача 4:

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^3 - x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x(x^2 - x - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; +\infty) \\ x = 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (8)

Продолжение на листе 3.