

ШИФР 20572

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3	4	8	12	12	12	—	—	59	пятьдесят девять	

№1.

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{\frac{16 - 5 + 9}{4}} + 4,75 = \frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 20} + 4,75 = \frac{1}{4} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5 \checkmark$$

$$0,6 \cdot A = 0,6 \cdot 5 = 3 \checkmark$$

(4)

Ответ: 3.

№2.

Новатэк Ростсель ЛУКОЙЛ

$\frac{1}{5} \times \text{млрд м}^3$ $\frac{1}{2} \times \text{млрд м}^3$ $\frac{1}{10} \times \text{млрд м}^3$

Газпром нефть

$0,3 \cdot \frac{1}{2} \times \text{млрд м}^3$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + 0,3 \cdot \frac{1}{2}x + 80 \quad | \cdot 10$$

$$5x = 2x + x + 1,5x + 80$$

$$5x - 4,5x = 80$$

$$0,5x = 80$$

$$\Rightarrow x = \frac{80}{0,5} = 160 \text{ млрд м}^3 \checkmark$$

$$2) \text{ Новатэк: } \frac{1}{5} \cdot x = \frac{160}{5} = 32 \text{ млрд м}^3 \checkmark$$



ШИФР 20572

Роснефть: $\frac{1}{2} \cdot x = \frac{160}{2} = 80 \text{ млрд м}^3$

ЛУКОЙЛ: $\frac{1}{10} \cdot x = \frac{160}{10} = 16 \text{ млрд м}^3$

Газпром нефть: $0,3 \cdot 80 = 24 \text{ млрд м}^3$

Ответ: 32 млрд м³
80 млрд м³
16 млрд м³
24 млрд м³

1/4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \geq 0?$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

1) $x_1 = 0$ удовл. ОДЗ.

2) $x^2 - x - 1 = 0$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_{2,3} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Проверка: 1) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + 1 = \frac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}}{8} - \frac{3+3\sqrt{5}}{2} + 1 =$
 $= \frac{16+8\sqrt{5}}{8} - \frac{3+3\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{2+\sqrt{5}}{2} - \frac{3+3\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{2+\sqrt{5}-3-3\sqrt{5}+2}{2} =$
 $= \frac{-1-2\sqrt{5}}{2} < 0$ - не удовл. ОДЗ.

2) $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + 1 = \frac{1-3\sqrt{5}+15-5\sqrt{5}}{8} - \frac{3-3\sqrt{5}}{2} + 1 =$
 $= \frac{16-8\sqrt{5}}{8} - \frac{3-3\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{5}}{2} - \frac{3-3\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{5}-3+3\sqrt{5}+2}{2} =$
 $= \frac{2\sqrt{5}+1}{2} > 0$ - удовл. ОДЗ

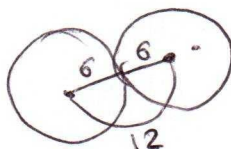
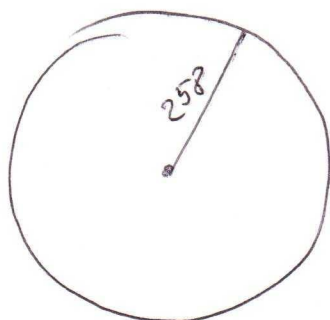
Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{2\sqrt{5}+1}{2}$

ОДЗ: $x^3 - 3x + 1 \geq 0$

... ?

ШИФР 20572

л/з.



$258^2 \pi$ - площадь рощи

Разобьём её на круги радиуса 6 м, где центр круга - дерево. Тогда расстояние между деревьями будет не меньше 12 м. ✓

Посмотрим, сколько таких кругов уместится в роще:

$$\frac{258^2 \pi}{6^2 \pi} = \frac{258 \cdot 258}{6 \cdot 6} = 43^2 = 1849 \text{ - кол-во деревьев}$$

? без контура рощи

Рассчитаем, сколько деревьев на контуре:

$$\frac{2 \cdot 258 \pi}{12} = \frac{258 \pi}{6} = 43 \pi \approx 129$$

~~1849~~ $1849 + 129 = 1978 < 2018.$

3



№5.

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\cos^2 x \sin^2 x - 1}{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) - 1} =$$

$$= \frac{-2\cos^2 x \sin^2 x}{((\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x) - 1} =$$

$$= \frac{-2\cos^2 x \sin^2 x}{-3\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{2}{3}, \text{ т.е. } \textcircled{8}$$

№6.

- 1) $5 - 3 = 2 \text{ км/ч}$ - скорость II относительно I. ✓
- 2) $\frac{10}{2} = 5 \text{ ч}$ - время, за которое II догонит I. ✓
- 3) $12 \cdot 5 = 60 \text{ км}$ - расстояние, которое за это время пролетит ос.

Ответ: 60 км. ✓

$\textcircled{12}$

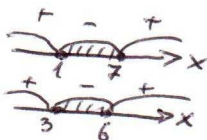
№7.

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$1) \begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ x^2 - 8x + 7 \leq 0 \\ x^2 - 9x + 18 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ (x-1)(x-7) \leq 0 \\ (x-6)(x-3) \leq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \leq 11 \\ 1 \leq x \leq 7 \\ 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 \leq x \leq 6 \quad \checkmark$$



$$2) \sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{9x-x^2-18} \geq \sqrt{11-x}$$

$$8x-x^2-7+9x-x^2-18-2\sqrt{(8x-x^2-7)(9x-x^2-18)} \geq 11-x$$

$$-2x^2+17x-25-11+x \geq 2\sqrt{(8x-x^2-7)(9x-x^2-18)}$$

$$18x-36-2x^2 \geq 2\sqrt{(8x-x^2-7)(9x-x^2-18)}$$

$$9x-18-x^2 \geq \sqrt{(8x-x^2-7)(9x-x^2-18)}$$

$$(9x-18-x^2)^2 \geq (8x-x^2-7)(9x-x^2-18)$$

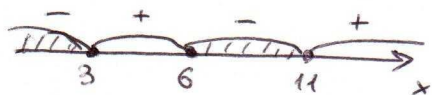
$$(9x-18-x^2)^2 - (8x-x^2-7)(9x-x^2-18) \geq 0$$

$$(9x-18-x^2)(9x-18-x^2-8x+x^2+7) \geq 0$$

$$(9x-18-x^2)(x-11) \geq 0$$

$$(x-11)(x^2-9x+18) \leq 0$$

$$(x-11)(x-6)(x-3) \leq 0$$



$$x \in (-\infty; 3] \cup [6; 11]$$

$$3) \begin{cases} x \in (-\infty; 3] \cup [6; 11] \\ x \in [3; 6] \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1=3 \quad x_2=6$$

$$\text{Ответ: } x_1=3 \quad x_2=6.$$

✓
N8.

$$1) \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$+ \begin{cases} \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} - 2 = \sin^2 y \\ \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} - 2 = \cos^2 y \end{cases}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20572

$$\sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} + \cos^2 x - 2 + \frac{1}{\cos^2 x} = \sin^2 y + \cos^2 y$$

$$1 - 4 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 1$$

$$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4$$

$$\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4$$

$$4 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

$$4(1 - \cos^2 x) \cos^2 x = 1$$

$$4(\cos^2 x - \cos^4 x) = 1$$

$$-4 \cos^4 x + 4 \cos^2 x - 1 = 0 \quad 1 - (-1)$$

$$4 \cos^4 x - 4 \cos^2 x + 1 = 0$$

$$(2 \cos^2 x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\pm)?$$

$$\Rightarrow x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{N}$$

$$2) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \cos y$$

$$\cos y = \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (12)$$

$$\Rightarrow y = \pm \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{N}$$

Ответ: $\left. \begin{array}{l} x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{N} \\ y = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{N} \end{array} \right\}$