

ШИФР 25479

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	—	4	8	8	6	15	—	2	51	пятьдесят один	

$$\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 2018^2}}{2}$$

$$(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} + 4,75 = 5$$

$$= 0,25 + 4,75 = 5 \quad \checkmark$$

$$6001^\circ \text{ от } A = 3 \left(\frac{5 \cdot 60}{100} = 3 \right) \quad \checkmark$$

$$M: P: \lambda = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = 2:5:1 \quad \text{т.к. } \lambda = x \Rightarrow P = 5x; M = 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Gamma_H = 0,3 \cdot 5x = 1,5x$$

$$5x - 8 = 2x + x + 1,5x$$

$$5x - 8 = 4,5x$$

$$x = 16$$

Ответ: $M = 32 \text{ млрд. м}^3$, $P = 80 \text{ млрд. м}^3$, $\lambda = 16 \text{ млрд. м}^3$. $\Gamma_H = 24 \text{ млрд. м}^3$
 новатек роснефть лукойл Газпром нефть

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \geq 0?$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

1) $x = 0 \Rightarrow \sqrt{0 - 0 + 1} = 1 \geq 0$ - значение все верно

2) $x^2 - x - 1 = 0$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\checkmark x_1: \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + 1} \geq 0 \text{ т.к. } \sqrt{1,5 - 0,5\sqrt{5}} \geq 0$$

(т.к. $1,5 \geq 0,5\sqrt{5}$ т.к. $3 \geq \sqrt{5}$) - значение все верно



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

25 470

$$x_2: \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)} + 1 \geq 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{1,5 + 0,5\sqrt{5}} \geq 0 \quad \text{значит все верно}$$

Ответ: $x = 0$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

N5
$$\frac{\sin^4 a + \cos^4 a - 1}{\sin^6 a + \cos^6 a - 1} = \frac{2}{3}$$

(8)

$$\sin^4 a + \cos^4 a = 1 - 2\sin^2 a \cos^2 a \Rightarrow \sin^4 a + \cos^4 a - 1 = -2\sin^2 a \cos^2 a$$

$$\sin^6 a + \cos^6 a = 1 - 3\sin^2 a \cos^4 a - 3\cos^2 a \sin^4 a \Rightarrow \sin^6 a + \cos^6 a - 1 =$$

$$= -3\sin^2 a \cos^4 a - 3\cos^2 a \sin^4 a \Rightarrow -3\sin^2 a \cos^2 a (\sin^2 a \cos^2 a) =$$

$$= -3\sin^2 a \cos^2 a \Rightarrow \frac{\sin^4 a + \cos^4 a - 1}{\sin^6 a + \cos^6 a - 1} = \frac{-2\sin^2 a \cos^2 a}{-3\sin^2 a \cos^2 a} = \frac{2}{3}$$

N6 Заметим. Перейдем к системе отсчета, где первый
путник имеет 0 скорость. В ней $V_2 = 2 \text{ км/ч}$

$$V_{\text{осн}} = 9 \text{ км/ч}$$

Заметим, что второй путник будет доходить пер-
вого 5 часов $\left(\frac{10 \text{ км}}{V_2} = \frac{10 \text{ км}}{2 \text{ км/ч}} = 5 \text{ ч}\right)$. За это время он

летит от одного пловца к другому все 5 часов
с одинаковой скоростью $\Rightarrow$ Всего он пролетит

45 км $(5 \text{ ч} \cdot V_{\text{осн}} = 5 \text{ ч} \cdot 9 \text{ км/ч} = 45 \text{ км})$ (8)

Ответ: 45 км.

N7
$$\sqrt{9x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

ОДЗ: $9x - x^2 - 7 \geq 0$
 $(x-1)(x-9) \leq 0$
 $x \in [1; 9]$ ✓

$11 - x \geq 0$
 $x \leq 11$ ✓

$9x - x^2 - 18 \geq 0$
 $x^2 - 9x + 18 \leq 0$
 $(x-3)(x-6) \leq 0$ ✓

$x \in [3; 6]$ - главное

$9x - x^2 - 7 - 11 + x - 2 \cdot A \cdot B \geq 9x - x^2 - 18$

$9x - x^2 - 18 - 2AB \geq 9x - x^2 - 18$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 25479

$$-2AB \geq 0$$

$$AB \leq 0$$

$$1) A \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-x^2-7} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{x-x^2-7} = 0$$

$$x = 1, \quad x = 7 - \text{не подходит по } \text{ОДЗ}$$

$$2) B \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{11-x} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{11-x} = 0 \quad \checkmark$$

$$x = 11 - \text{не подходит по } \text{ОДЗ}$$

Ответ: нет решений

$$N10 \quad (4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a > 0$$

$$4x^2 - 2ax^2 + 13ax - 27x + 33 - 13a > 0$$

$$a(-2x^2 + 13x - 13) > -4x^2 + 27x - 33$$

$$a > \frac{-4x^2 + 27x - 33}{-2x^2 + 13x - 13}$$

$$a > \frac{4x^2 - 27x + 33}{2x^2 - 13x + 13} - \text{верно для } a \in (1; 3) \text{ если}$$

$$\frac{4x^2 - 27x + 33}{2x^2 - 13x + 13} \leq 1 \quad (\text{пу и когда } 2x^2 - 13x + 13 \neq 0 \text{ т.е. } x \neq \frac{13 \pm \sqrt{65}}{4})$$

$$4x^2 - 27x + 33 \leq 2x^2 - 13x + 13$$

$$2x^2 - 14x + 20 \leq 0$$

$$x^2 - 7x + 5 \leq 0$$

$$D = 49 - 20 = 29$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$(x - \frac{7 - \sqrt{29}}{2}) / (x - \frac{7 + \sqrt{29}}{2}) \leq 0$$

$$x \in \left[\frac{7 - \sqrt{29}}{2}; \frac{7 + \sqrt{29}}{2} \right] \text{ и } x \neq \frac{13 \pm \sqrt{65}}{4}$$

N 8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \sin y \\ -\frac{\sin^2 x}{\cos x} = \cos y \end{cases} \cdot x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} + \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \sin y \cos y$$

$$\sin x \cos x = \sin y \cos y$$

$$\frac{\sin 2x}{2} = \frac{\sin 2y}{2}$$

3) $2y = \pi - 2x$

$$y = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin x} = 0 - \text{невозможно}$$

$$\sin 2x = \sin 2y$$

1) $2x = 2y$

$x = y$

$$\text{тогда } \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin x} = 0 - \text{невозможно}$$

2) $2x = \pi - 2y$

$$x = \frac{\pi}{2} - y$$

$$\sin 2x - \sin 2y = 0$$

$$2 \sin x \cos x - 2 \sin y \cos y = 0$$

1) $\sin x - y = 0$

$$\frac{x-y}{\pi n} = \pi n$$

$$x = y + \pi n$$

а) n-четн.

$$\sin y - \frac{1}{\sin y} = \sin y - \text{невозможно}$$

б) n-нечетн.

$$-\sin y + \frac{1}{\sin y} = \sin y$$

$$2 \sin^2 y - 1 = 0$$

$$2 \sin^2 y = 1 \Rightarrow \sin^2 y = \frac{1}{2}$$

2) $\cos x + y = 0$

$$x + y = \frac{\pi}{2} + \pi n \Rightarrow$$

а) n-четн.

$$\sin y - \frac{1}{\sin y} = \sin y - \text{невозможно}$$

$$\sin y - \frac{1}{\sin y} = \sin y \Rightarrow$$

$$\sin y = 0 - \text{невозможно}$$

б) n-нечетн. тогда sin-нечетн

$$\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = -45^\circ + 2\pi n$$

$$\sin y = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 45^\circ + 2\pi n$$

Ответ: $y = \pm 45^\circ + 2\pi n$

$$x = \pm 45^\circ + (2n+1)\pi$$

15