



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

28089

Класс 9

Вариант 1-1

Дата Олимпиады 10.02.18.

Площадка написания МГТУ им. Баумана Н.Е.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
	Цифрой	Прописью											
Оценка	44 5	4 5	3 3	8 5	8 5	0 15	12 15	16 20	14 15	16 15	85 88	восемнадцать пять	8 8

1.

$$\frac{5\frac{1}{5} - 4,1}{3\frac{2}{3}} = \frac{\frac{26}{5} - \frac{41}{10}}{\frac{11}{3}} = \frac{\frac{52-41}{10}}{\frac{11}{3}} = \frac{3 \cdot 11}{10 \cdot 11} = 0,3$$

Ответ: 0,3

~~(4)5~~

2.

Чуть I бригада изготавлила x стаканов, тогда II бригада изготавлила $0,85x$ стаканов, тогда III бригада изготавлила $1,2x$ стаканов. Известно, что вместе они изготавлили 366 стаканов.

Составим и решим уравнение:

$$x + 0,85x + 1,2x = 366$$

$$3,05x = 366$$

$$x = \frac{366}{3,05}$$

$$x = 120$$

~~(4)5~~

Ответ: первая бригада изготавлила 120 стаканов.



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28089

3.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{xy^2} - \sqrt[4]{x^2y} - \sqrt[4]{y^3}}{\sqrt[4]{y^5} + \sqrt[4]{x^4y} - \sqrt[4]{xy^4} - \sqrt[4]{x^5}} &= \frac{x\sqrt[4]{x} + y\sqrt[4]{x} - x\sqrt[4]{y} - y\sqrt[4]{y}}{y\sqrt[4]{y} + x\sqrt[4]{y} - y\sqrt[4]{x} - x\sqrt[4]{x}} = \\ &= \frac{(x+y)(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})}{-(x+y)(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})} = \\ &= -(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \end{aligned}$$

Если $x = 81$, а $y = 10^{-4}$, то $\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{10^{-4}} = 3 + 10^{-1} = 3 + 0,1 = 3,1$

-3,1

(3)

4.

$$\sqrt{5-3x} > 1 \quad \text{ODЗ: } 5-3x \geq 0 \quad 3x \leq 5 \quad x \leq 1\frac{2}{3}$$

~~1 ∈ N~~ $\sqrt{5-3x} \geq 0 \Rightarrow$ Возведём обе части в квадрат:

$$|5-3x| > 1 \quad 5-3x \geq 0 \text{ по ОДЗ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5-3x > 1$$

$$3x < 4$$

$x < 1\frac{1}{3} \Rightarrow$ наибольшее целое значение x это 1.

Ответ: наибольшее целое значение x равно 1.

5.

$$\frac{13-x}{6-2x} > 4 ;$$

$$\frac{13-x}{6-2x} - 4 > 0$$

$$\frac{13-x-24+8x}{6-2x} > 0$$

$$\begin{aligned} \text{ОДЗ:} \\ 6-2x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{aligned}$$

$$\frac{7x-11}{6-2x} > 0$$

~~⊗⊗⊗~~

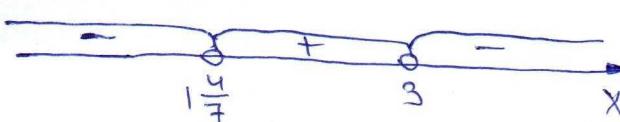
нули:

$$7x-11=0$$

$$6-2x=0$$

$$x = 1\frac{4}{7}$$

$$x = 3$$



$$\Rightarrow x \in (1\frac{4}{7}; 3)$$

12 шаг



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

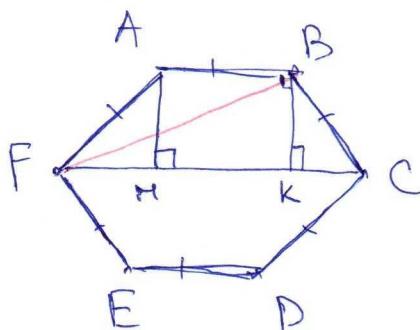
ШИФР 28089

5 (продолжение)

$$x_6(1\frac{4}{7}; 3) \Rightarrow$$

\Rightarrow лучше значение x это можно 2

Ответ: сумма лучших значений x равна 2 ~~205~~ 6.



Дано: $ABCDEF$ - правильный шестиугольник

$CF = 2\sqrt{3}$ - условие: действительная диагональ!
М-ти P_{ABCDEF} $FB = 2\sqrt{3}$

Решение:

1. $ABCDEF$ - правильный шестиугольник \Rightarrow
 $\Rightarrow AB = BC = CD = DE = EF = AF$

$$P_{ABCDEF} = AB + BC + CD + DE + EF + AF \Rightarrow P_{ABCDEF} = 6AB$$

2. $FABC$ - равнобедренная трапеция.

Сумма углов многоугольника вписываемого по формуле: $180(n-2)$, где n - кол-во углов \Rightarrow

Сумма углов шестиугольника $= 180^\circ \cdot 4$.

В правильном шестиугольнике все углы равные \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{каждый угол равен } \frac{180^\circ \cdot 4}{6} = 120^\circ. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle FAB = \angle CBA = 120^\circ.$$

$$\Rightarrow \angle EFA = \angle BCD = 120^\circ$$

Поскольку диагональ в правильном n -угольнике, где $n \geq 3$ является биссектрисой, то ~~OKA~~ $\angle AFC = \angle BCF =$

$$= 120^\circ : 2 = 60^\circ.$$

3. Д.н. AH, BK - высоты $\Rightarrow \triangle AHF$ и $\triangle BKC$ - прямоугольные \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle HFA + \angle HAF = \angle KCB + \angle KBC = 90^\circ, \text{ м.н. } \angle AFC = \angle BCF = 60^\circ;$$

$$\angle FAM = \angle CBK = 30^\circ, \quad \triangle AHF \text{ и } \triangle BKC - \text{прямоугольные} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow FM = CK = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} BC; \quad AF = BC < AB \text{ (по доказ.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow FM = CK = \frac{1}{2} AB$$





**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{c}{n}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28089

~~AH~~ AH || BK

4. $AM \perp FC$, $BK \perp FC$; $AH = BK$ (высоты в трапеции) \Rightarrow

\Rightarrow ~~AHKB~~ AHKB - ~~параллелограмм~~ параллелограмм \Rightarrow

$$AB = KH$$

$$5. CF = FM + KM + CK = \frac{1}{2}AB + AB + \frac{1}{2}AB = 2AB = 2\sqrt{3}$$

$$2AB = 2\sqrt{3} \quad | :2$$

$$AB = \sqrt{3}$$

$$6. P_{ABCDER} = 6AB = 6\sqrt{3}$$

Ответ: периметр равен $6\sqrt{3}$

7.

$$\sqrt{-x^2 + 2x + 35} = -x - 5$$

$$\sqrt{-x^2 + 2x + 35} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x - 5 \geq 0$$

$$x \leq -5$$

~~-5~~

$$\begin{cases} x \leq -5 \\ -5 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

ODЗ:

$$-5 \leq x \leq 7$$

$$x = -5$$

~~x = -5~~

$$ODZ: -x^2 + 2x + 35 \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 35 \leq 0$$

$$(x-7)(x+5) \leq 0$$

$$\textcircled{8} -5 \leq x \leq 7$$

Подставим:

$$\sqrt{-25 + 10 + 35} = -(-5) - 5$$

$$\sqrt{0} = 0 \quad -\text{верно} \Rightarrow x = -5$$

Ответ: $x = -5$.

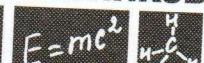
~~(12)~~ 15



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28089

8.

$$n^2 - 287n + 7252 < 0$$

$$\begin{array}{r} 287 \\ 41 \end{array} \left| \begin{array}{r} 7 \\ 41 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 7252 \\ 3626 \\ 1813 \\ 259 \\ 37 \end{array} \left| \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 7 \\ 7 \\ 37 \end{array} \right.$$

$$n = \frac{7 \cdot 41 \pm \sqrt{7 \cdot 33}}{2}$$

$$n = 7 \left(\frac{41 \pm 33}{2} \right)$$

$$\Rightarrow n^2 - 7 \cdot 41 + 2 \cdot 7^2 \cdot 37 < 0$$

$$\Delta = 7^2 \cdot 41^2 - 2^4 \cdot 7^2 \cdot 37 =$$

$$= 7^2 (41^2 - 16 \cdot 37) =$$

$$= 7^2 (1681 - 592) = 7^2 \cdot 1089 =$$

$$= 7^2 \cdot 33^2 \quad \sqrt{\Delta} = 7 \cdot 33$$

$$\begin{cases} n = 7 \cdot 37 \\ n = 7 \cdot 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (n - 7 \cdot 4)(n - 7 \cdot 37) < 0$$

Числа: 4

$$7 \cdot 4 = 0$$

$$n - 7 \cdot 37 = 0$$

$$n = 7 \cdot 4$$

$$n = 7 \cdot 37$$

$$\overbrace{\quad + \quad b \quad - \quad f \quad + \quad}^{7 \cdot 4} \quad \overbrace{\quad - \quad}^{7 \cdot 37} \quad x$$

$$\Rightarrow 7 \cdot 4 < n < 7 \cdot 37$$

(16) 15

\Rightarrow сумма всех $n : 7$ равна

$$\frac{(5+37) \cdot 34}{2}, \text{м.к.}$$

~~Была~~ сумма $n : 7$ будет выражена так:

$$7 \cdot \frac{(5+36) \cdot 32}{2}, \text{м.к.} \quad \text{сумма } n : 7 \text{ будет}$$

Выражена так: $7 \cdot 5 + 7 \cdot 6 + 7 \cdot 7 \dots + 7 \cdot 35 + 7 \cdot 36 =$

$= 7(5+6+7+8+\dots+35+36)$, сумма чисел от a до b

равна $\frac{(a+b)(b-a+1)}{2} \Rightarrow$ мы получаем ~~это~~ у нас

записанную формулу. Она равна $7 \cdot 41 \cdot 16 = 287 \cdot 16 =$

≈ 4592

Ответ: 4592

15 шаг



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28089

10.

В однозначных числах 1 единица, в двузначных -

В однозначных числах по 1 ~~цифре~~ каждой цифре
В двузначных числах по 19 ~~цифре~~ каждой цифре,
кроме 0, но это мы не считаем.

В трёхзначных же числах по 280 каждой
цифре кроме 0, но это мы также не считаем.

$$\Rightarrow S = 1(1+2+3+4+5+6+7+8+9) + \\ + 19(1+2+3+4+5+6+7+8+9) + 280 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) = \\ = (1+280+19) \cdot 45 = 300 \cdot 45 = 13500$$

Ответ: 13500. +1

(1000) г.

~~14~~ 15

Рассмотрим два случая:

I) Во II день Настя и Маша съели каждый в
два раза меньше конфет чем Гриша, тогда
пусть в I день Маша съела x , тогда Настя
в этом день съела $2x$, а Гриша $3x$. Тогда во II
день Гриша съел $2y$, тогда и Настя и Гриша
съели по y конфет. Известно, что у них ос-
тавлось в 5 раз больше конфет чем у Гриши, а
у Настя - 8.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5z + x + y = 2x + y + 8 \\ 5z + x + y = 3x + 2y + z \\ 3x + 2y + z = 2x + y + 8 \end{cases}$$

где z - количество конфет, остав-
шихся у Марии.

$$\begin{cases} x = 5z - 8 \\ 2x + y = 4z \\ x + y + z = 8 \end{cases}$$

$$10z - 16 + y = 4z \Rightarrow y = 16 - 6z$$

$$y = 4z - 2x = 2(2z - x) \Rightarrow y : 2 \Rightarrow$$

$$z = -\frac{8}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{X} &\Rightarrow \begin{cases} 16 - 6z : 2 \\ 16 - 6z > 0, \text{ т.к. } y \in N \end{cases} \\ &\boxed{\text{6 ...}} \end{aligned}$$

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

28089

9 (продолжение)

$$\left\{ \begin{array}{l} 16 - 6z \geq 2 \\ 16 - 6z > 0 \\ z \in \mathbb{N} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = 1 \\ z = 2 \\ z = \dots \end{array} \right.$$

$$x = 5z - 8 \Rightarrow z = \frac{x+8}{5} = \frac{x}{5} + 1\frac{3}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \frac{x}{5} + 1\frac{3}{5} \\ z \in \mathbb{N} \end{array} \right. \Rightarrow x = 5k + 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 4z \\ 10k + 4 + 2k = 4z \\ z = \frac{5k + n + 2}{2} \end{array} \right.$$

Если $z = 1$, то $x = -3 \Rightarrow \emptyset \Rightarrow$

$\Rightarrow z = 2$. ($z \neq 0$; т.к. тогда у Миши и Гриши осталось коровы и это невозможно) \Rightarrow
 $\Rightarrow x = 2$

$$y = 4$$

Всего получим также $2x + y + 8 = 4 + 4 + 8 = 16$

Ответ: 16.

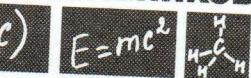
II) когда во II день. Насмите с Мишей четверг в два раза меньше конфет чем Гриша вместе. Чуваки I дне си. выше I способ. русь во II день Гриша четверг 2 раза конфет тогда Насмите и Миша четверг у конфет вместе. Пусть Насмите четверг а конфет во II день, тогда Миша четверг у-а конфет во II день. Известно то же, что и в первом случае. си. выше.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

28089

9.

Однако такая система не имеет решения,
т.к. мы можем составить только 3 уравнения,
но имеем 4 переменные \Rightarrow рассматривать данное
уравнение будем бесконечно.

Ответ: 16. конкрет
блиц в подарок.

~~(16)~~ 20