

Класс 9 Вариант 1-2 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ имени М.Э. БАУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	8	12	12	16	-	10	70	семьдесят восемь	82

$$4 \cdot \frac{\frac{11^{12}}{3} - \frac{13}{6}}{\frac{15^3}{504}} = \frac{4 \cdot \left(\frac{12-13}{6}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{4 \cdot 9}{\frac{3}{2}} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 2}{3 \cdot 6} = 4$$

Ответ: 4

	12	t	S
I	? x	2,5x	? 2,5x
II	? x+20	2x	? 2(x+20)

Составим и решим систему уравнений:

$$2,5x + 15 = 2(x + 20)$$

$$2,5x + 15 = 2x + 40$$

$$0,5x = 25$$

$$x = 50 \Rightarrow 50 \text{ км/ч} - \text{первоначальная}$$

скорость автомобиля. Тогда, $S_{AB} = 2,5 \cdot 50 = 125 \text{ км}$

Ответ: 125 км.

$$3 \left(\sqrt{mn} - \frac{mn}{m + \sqrt{mn}} \right) : \frac{\sqrt{mn} - \sqrt{n}}{m - n} - m\sqrt{n} = \frac{\sqrt{mn} - \sqrt{n}}{m - n} - m\sqrt{n} = \frac{m\sqrt{mn} + mn - mn}{m + \sqrt{mn}} \cdot \frac{m - n}{\sqrt{mn} - \sqrt{n}} - m\sqrt{n} =$$

$$= \frac{m\sqrt{mn}}{\sqrt{m}(\sqrt{m} + \sqrt{n})} \cdot \frac{(\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})}{4mn - (\sqrt{n})^2} - m\sqrt{n} = \frac{m\sqrt{mn}(\sqrt{n} - \sqrt{n})}{\sqrt{m}\sqrt{n}(\sqrt{m} + \sqrt{n})} - m\sqrt{n} = \frac{m\sqrt{n}(\sqrt{n} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})}{\sqrt{n}(\sqrt{m} + \sqrt{n})} =$$

$$= m\sqrt{n} = m\sqrt{n}(\sqrt{m} + \sqrt{n}) - m\sqrt{n} = m\sqrt{n}(\sqrt{m} + \sqrt{n} - \sqrt{n}) = m\sqrt{mn}$$

$$2) (m\sqrt{mn})^2 : \sqrt{mn\sqrt{mn}} = \frac{m^2\sqrt{mn}}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{mn\sqrt{mn}}}$$

Пусть $a = \sqrt{mn}$; Тогда: $\frac{m^2 \cdot a}{\sqrt{a^2 \cdot a}} = \frac{m^2 a}{\sqrt{a^3}} = \frac{m^2 \cdot a}{a\sqrt{a}} = \frac{m^2}{\sqrt{a}} = m^2$

При $m = 3$: $m^2 = 3^2 = 9$

Ответ: 9.



ШИФР

28093

10 10... 1000

10 11 12 13 14... 999 1000

Посчитаем кол-во повторений каждой
цифры в числе кроме 0, т.к. 0 на
сумму не влияет:

~~I единица: от 10 до 100 включительно: $9 + 1 + 1 = 11$ раз
от 100 до 1000 включительно: $9 \cdot 9 + 1 = 81$ раз
от 10 до 100 включительно: $9 + 9 + 1 = 19$ раз
от 100 до 1000 включительно:~~

~~II двойка - девятка: от 10 до 100 включительно: $9 + 9 + 1 = 19$ раз
от 100 до 1000 включительно: $19 \cdot 9 + 98 + 1 = 270$~~

I единица: от 10 до 100 включительно: $9 + 9 + 1 = 19$ раз
от 100 до 1000 включительно: $19 \cdot 9 + 98 + 1 = 270$

II двойка - девятка: от 10 до 100 включительно: $9 + 9 = 18$ раз
от 100 до 1000 включительно: $19 \cdot 9 + 99 = 270$

Тогда, сумма всех цифр: $1 \cdot 289 + 288(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) =$

$$= 289 + 12672 = 12961$$

Ответ: 12961.

10

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ $H-C-H$

ШИФР

28093

$$\sqrt{-x^2 - x + 12} = 3x - 9 \quad |^2$$

$$\begin{cases} -x^2 - x + 12 = 9x^2 - 54x + 81 & (1) \\ x \geq 3 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Уг (1): } 10x^2 - 53x + 69 &= 0 \\ D &= b^2 - 4ac = 2809 - 2760 = 49 \\ x_1 &= \frac{53+7}{2} = 3 \\ x_2 &= \frac{53-7}{2} = 23 - \text{не удов.} \\ &\text{условию (2)} \end{aligned}$$

Проверка: при $x=3$: $\sqrt{-3^2 - 3 + 12} = 3 \cdot 3 - 9$

$\sqrt{0} = 0$
 $0 = 0$ - верно.

~~12~~ 15

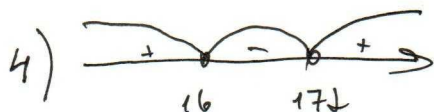
Ответ: 3

$$\begin{cases} n^2 - 188n + 2752 = 0 & (1) \\ n \in \mathbb{Z} & (2) \\ n \div 4 & (3) \end{cases}$$

$$\text{Уг (1): } f(n) = n^2 - 188n + 2752$$

2) $D(f) = k$

$$\begin{aligned} 3) n^2 - 188n + 2752 &= 0 \\ D &= b^2 - 4ac = 13^2 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \\ n_1 &= \frac{188+156}{2} = 172 \\ n_2 &= \frac{188-156}{2} = 16 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f(172) &> 0 \\ f(16) &< 0 \\ f(0) &> 0 \end{aligned}$$

Значит, $f(n) < 0$, при $n \in (16; 172)$

$$\begin{aligned} \text{Уг (3): } \text{сумма всех } n \div 4 &: 20 + 24 + 28 + \dots + 168 = \\ &= 4(5 + 6 + 7 + 8 + \dots + 42) = 4(5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + (30 \cdot 4 + 15)) + 20 + (50 \cdot 4 + 25) + 30 + (70 \cdot 4 + 35) + \\ &+ 40 + 41 + 42 = 4(45 + 135 + 20 + 225 + 30 + 315 + 40 + 41 + 42) = 4 \cdot 93 = 3572 \end{aligned}$$

Ответ: 3572.

~~16~~ ~~15~~

ШИФР

28093

№4 $\sqrt{2x-3} < 3$

П.к. $\sqrt{a} \geq 0$, но тогда:

$$0 \leq \sqrt{2x-3} < 3$$

1) $0 \leq \sqrt{2x-3}$

$$0 \leq 2x-3$$

$$3 \leq 2x$$

$$x \geq 1,5$$

2) $\sqrt{2x-3} < 3$

$$2x-3 < 9$$

$$2x < 12$$

$$x < 6$$

3) Значит, решение неравенства:

$$x \in [1,5; 6)$$

Итак, общее решение = 2

Ответ: 2. ~~85~~

№5 $\frac{4-x}{4x+5} \leq -2$

$$\frac{4-x+2(4x+5)}{4x+5} \leq 0; \quad \frac{4-x+8x+10}{4x+5} \leq 0;$$

$$\frac{7x+14}{4x+5} \leq 0;$$

1) $f(x) = \frac{7x+14}{4x+5}$

2) $D(y): 4x+5 \neq 0$
 $x \neq -1\frac{1}{4}$

3) $\frac{7x+14}{4x+5} = 0$

$$7x+14=0$$

$$x=-2$$

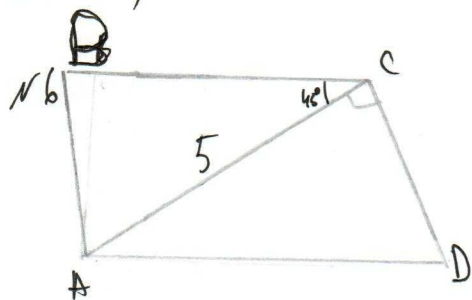


$$f(0) > 0$$

$$f(-1,5) < 0$$

$$f(-3) > 0$$

Значит, $f(x) \leq 0$, при $x \in [-2; -1\frac{1}{4})$; Кол-во целых решений = 1. Ответ: 1.



Решение: 1) $\angle C = \angle BCA + \angle ACD = 135^\circ$

2) $\angle D = 180^\circ - \angle C$ (по CB-у парал.) $= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$\angle D = \angle B = 45^\circ$ (по CB-у парал.)

3) Тогда, в $\triangle ABC$: $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle BCA = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABC$ - прямоугольный, равнобед. $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{AC^2}{2} = \frac{5^2}{2}$

4) В $\triangle ACD$: $\angle CAD = 180^\circ - \angle D - \angle ACD = 45^\circ \Rightarrow \triangle ACD$ - прямоуг., равнобед. $\Rightarrow S_{\triangle ACD} = \frac{AC \cdot CD}{2} = \frac{AC^2}{2} = \frac{5^2}{2}$

5) $S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{5^2}{2} + \frac{5^2}{2} = 5^2 = 25$

Ответ: 25.

~~125~~