

ШИФР 30002

Класс 10 „А“ Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	—	4	—	—	12	12	16	—	—	48	сорок восемь	

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0.2)^4 \cdot 5^{-2} + (6\sqrt[1]{\frac{1}{3}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt[1]{0.36}$$

$$(2,017)^0 = 1 \quad \sqrt[1]{0.36} = 0.6$$

знаменатель: $(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} =$
 $= 2 + 2 + 2 = 6$

числитель: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0.2)^4 \cdot 5^{-2} + (6\sqrt[1]{\frac{1}{3}})^{-3} = 3^{10-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + ((2^6)^{\frac{1}{3}})^{-3} =$
 $= 3 + 1 + (2^2)^{-3} = 3 + 1 + 4 = 8$

$$B = \frac{8}{6 \cdot 10} = 0.8$$

$$A = B : 0.1 = 8$$

Ответ: $A = 8$ ✓ (4)

№6.

Т.к. два велосипедиста ехали навстречу друг другу, то $V_{отн} = V_1 + V_2$
 $V_{отн} = 25 \text{ км/ч}$. Если $t = S$ $t = 3 \text{ ч}$

Т.к. собака бежала, не останавливаясь, следовательно она бежала 3 ч $\Rightarrow S = V \cdot t = 45 \text{ км}$

Ответ: $V_s = 45 \text{ км}$ ✓

(12)



$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12} \quad \sqrt{7}$$

$$0 \leq 3: \begin{cases} 6x-x^2-5 \geq 0 \\ 7-2x \geq 0 \\ 8x-x^2-12 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1) x^2-6x+5 \leq 0 \\ x \in [1, 5] \\ 2) x \leq 3,5 \\ 3) x^2-8x+12 \leq 0 \\ x \in [2, 6] \end{matrix}$$

$x \in [2, 3,5]$ ✓

$$\sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{7-2x} \quad \geq 0$$

$$6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12 + 7-2x + 2\sqrt{8x-x^2-12}\sqrt{7-2x}$$

$$\begin{cases} 0 \geq \sqrt{8x-x^2-12}\sqrt{7-2x} \\ 0 \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ x=3,5 \\ 0 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3,5 \end{cases}$$

Ответ: $x=2, 3,5$ ✓

(12)

18.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x & (1) \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$0 \leq 3: \cos x \geq 0$

$\sin x - \cos y \geq 0$

I. $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б(1)

$1 + \cos y = 0$

$\begin{cases} \cos y = -1 \\ \sin x - \cos y \geq 0 \end{cases} \quad 0 - (-1) = 1 > 0, \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos y = -1 \quad \begin{cases} y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

II. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б(2)

$0 + \cos y = 1$

$\begin{cases} \cos y = 1 \\ \sin x - \cos y \geq 0 \end{cases}$

$1 - 1 = 0, \Rightarrow \cos y = 1 \quad \begin{cases} y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Ответ: $\begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \cup \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ✓ (16)

$\sin x + \cos x = 1$
 $\cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $x - \frac{\pi}{4} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $\begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$
 $\cos x \geq 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

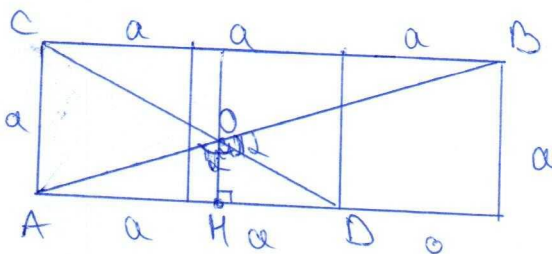
ШИФР 30002

№3.

Решение:

Пусть сторона квадрата
равна a , тогда по Т. Пифа-
гора $CD = a\sqrt{5}$; $AB = a\sqrt{10}$

$$AD \cap CD = O$$



~~По теореме~~ $\triangle AOD \sim \triangle COD$ по двум уг. ($\angle AOD = \angle COD$, $\angle OAD = \angle OCD$)

$$\Rightarrow \frac{AO}{DO} = \frac{CO}{AO} = \frac{AD}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow AO = \frac{2}{5} AB, \quad OD = \frac{2}{5} CD$$

$$AO = \frac{2a\sqrt{10}}{5}, \quad OD = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

$$S_{AOD} = AO \cdot OD \cdot \sin \alpha = \frac{4a^2 \sqrt{50}}{25} \cdot \sin \alpha$$

$$S_{AOD} \text{ так как } OH \perp AD \quad OH = \frac{24}{5} a \text{ (из подобия)}$$

$$S_{AOD} = \frac{OH \cdot AD}{2} = \frac{4a^2}{5}$$

$$\frac{4a^2}{5} = \frac{4a^2 \sqrt{50}}{25} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \quad \text{т.к. } (\angle AOB, \angle COD) \leq 90^\circ$$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$ ✓ (4)