



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30350

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	1	4	4	8	0	12	12	16	16	0	73	семьдесят три	

✓1

$$B = 0,1 A$$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (6,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{\frac{1}{4}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot 6,0171^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3+1+4}{2+1} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 5} = 1,6 \Rightarrow A = 16 \quad \text{①}$$

Ответ: 16!

✓2

$$\frac{S_1 + \frac{S_2}{3}}{4v} = 11 \quad \text{①}$$

$$\frac{S_1}{3v} + \frac{S_2}{4v} = 18 \quad \text{②}$$

(v - произв.
(S₁; S₂ - вместимость)

$$\text{②: } \frac{S_1}{3v} + \frac{S_2}{4v} = 18$$

$$\frac{S_2}{4v} = 18 - \frac{S_1}{3v}$$

$$\frac{S_1}{3v} = 18 - \frac{S_2}{4v}$$

$$S_1 = 54v - \frac{3S_2}{4}$$

$$\text{①: } \frac{S_1 + \frac{S_2}{3}}{4v} = 11$$

$$54v - \frac{3S_2}{4} + \frac{S_2}{3} = 44v$$

$$10v = \frac{9S_2 - 4S_2}{12} = \frac{5S_2}{12}$$

$$\frac{120v}{5} = S_2$$

$$S_2 = 24v \Rightarrow \frac{S_2}{3v} = 8$$

Ответ: 8 часов. ✓ ④

$$(ab)c = a(bc)$$

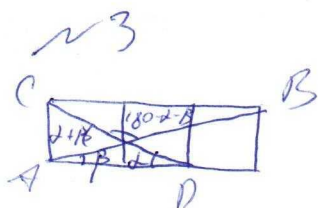
$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

30350



$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{1}{2} \\ \tan \beta &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle(AB, CD) = 45^\circ \text{ (4)}$$

Отв: 45° ✓

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos x \end{cases}$$

ОДЗ: 1) $\cos x \geq -\cos y$
2) $\sin x \geq \cos y$
3) $\cos x \geq 0$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos x \end{cases} \quad +$$

$$\begin{cases} \cos x + \sin^2 x = 1 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 0$$

$$\begin{aligned} 2x &= \pi k \\ x &= \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \pi k \\ x &= \frac{\pi}{2} + \pi k \end{aligned}$$

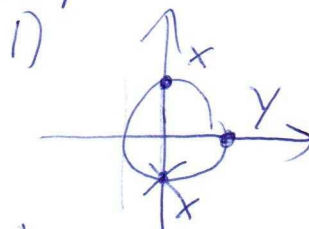
$$\begin{cases} 0 - \cos y = 1 \\ 1 + \cos y = 0 \\ -1 + \cos y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y = 1 \\ \cos y = -1 \end{cases}$$

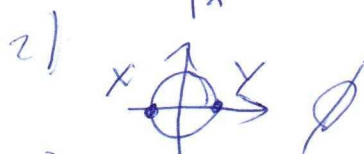
$$y = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

- 1) $(\frac{\pi}{2} + \pi k; 2\pi n)$
- 2) $(\pi + 2\pi k; 2\pi n)$
- 3) $(2\pi k; \pi + 2\pi n)$

Проверим на ОДЗ:



$$\begin{aligned} \checkmark \cos x &\geq -\cos y \\ \times \sin x &\geq \cos y \\ \cos x &\geq 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \checkmark \text{ 1) } \\ \times \text{ 2) } \\ \times \text{ 3) } \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \checkmark \text{ 1) } \\ \checkmark \text{ 2) } \\ \checkmark \text{ 3) } \end{aligned}$$

Отв: $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi n),$
 $(2\pi k; \pi + 2\pi n)$ ✓

(16)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

30350

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x / (\sqrt{1+x} + 1)$$
~~$$OD3: x \in [-1, 1]$$~~

$$OD3: x \in [-1, 1]$$

~~$$\sqrt{1+x}$$~~

$$(1+x-1)(\sqrt{1-x}+1) = \frac{x(\sqrt{1+x}+1)}{4}$$

$$x(\sqrt{1-x}+1) = \frac{x}{4}(\sqrt{1+x}+1)$$

$$x(\sqrt{1-x}+1 - \frac{\sqrt{1+x}}{4} - \frac{1}{4}) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ 4\sqrt{1-x}+4 - \sqrt{1+x} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$4\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x} = -5$$

$$4\sqrt{1-x} + 1 + x = 8$$

$$4\sqrt{1-x} + 5 = \sqrt{1+x}$$

$$1+x = 16 - 16x + 25 + 40\sqrt{1-x}$$

$$17x - 40 = 40\sqrt{1-x}$$

$$289x^2 + 1600 - 1360x = 40 - 40x$$

$$289x^2 - 1400x + 1560 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 490000 - 1560 \cdot 289 = 490000 - 450840 = 39160$$

$$f(x) = 4\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x} \quad \min, \text{ когда } 1-x \min, \\ \text{ а } 1+x \max \text{ (т.е. } x=1)$$

$$f(x) \min = 4 \cdot 0 - \sqrt{2} = -\sqrt{2}, \text{ но } -\sqrt{2} > -5 \Rightarrow \\ \Rightarrow x=0 - \text{ единств. реш. Ответ: } 0. \checkmark (8)$$

ШИФР

30 35 0

✓ 6

$$v_1 = 12 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 13 \text{ км/ч}$$

$$v_c = 15 \text{ км/ч}$$

$$S_c = ?$$

$$S = 75 \text{ км}$$

$$v_{1+2} = 25 \text{ км/ч}$$

(v соед. вел. - сов

$$t_{\text{соед.}} = \frac{75}{25} = 3 \text{ ч}$$

$$S_c = v_c \cdot t_{\text{соед.}} = 15 \cdot 3 = 45 \text{ км}$$

Ответ: 45 км. ✓ (12)

✓ 5

$$\lg 15^\circ \cdot \lg 25^\circ \cdot \lg 35^\circ \cdot \lg 85^\circ = 1$$

$$D. - \text{во: } \lg 5 \lg 15 \lg 25 \lg 35 =$$

$$= \frac{\cos 5 \sin 15 \sin 25 \sin 35}{\sin 5 \cos 15 \cos 25 \cos 35} =$$

$$= \frac{(\sin 40 + \sin 30)(\cos 40 - \cos 70)}{(\sin 40 + \sin 30)(\cos 40 + \cos 70)} = ?$$

$$= \frac{\sin 80}{2} + \sin 40 \cos 10 - \sin 30 \cos 40 - \sin 30 \cos 10 =$$

$$\frac{\sin 80}{2} + \sin 40 \cos 10 - \sin 30 \cos 40 - \sin 30 \cos 10 =$$

$$= \frac{1}{2} \cos 10 - \frac{1}{2} \cos 10 = 0$$

н.т. г.

φ



ШИФР

30350

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

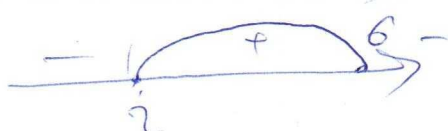
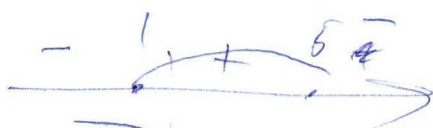


№ 7

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$$

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} + \sqrt{7 - 2x}$$

$$\text{ОДЗ: } \sqrt{-(x-5)(x-1)} \geq \sqrt{-(x-2)(x-8)} + \sqrt{-2(x-3,5)}$$

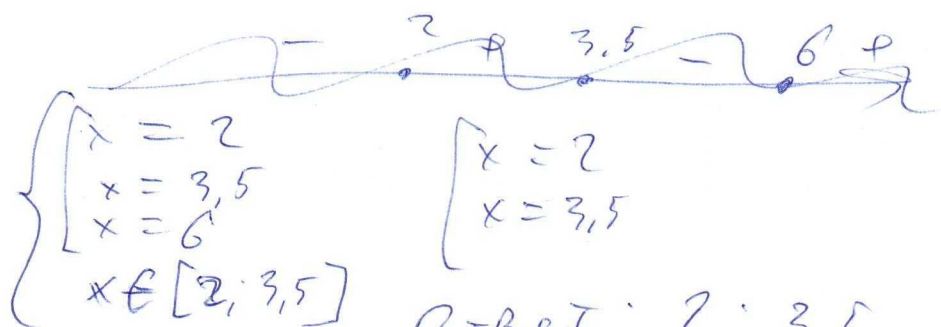


$$x \in [2; 3,5]$$

$$6x - x^2 - 5 \geq 8x - x^2 - 12 + 7 - 2x + \sqrt{2(x-2)(x-3,5)(x-6)}$$

$$\sqrt{2(x-2)(x-3,5)(x-6)} \leq 0$$

$$(x-2)(x-3,5)(x-6) \leq 0$$



$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 3,5 \\ x = 6 \\ x \in [2; 3,5] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 3,5 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2; 3,5. \quad \checkmark \quad (12)$$



ШИФР

30 35 0

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

Пусть: $x+2014 = t$

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{t+2}{t(t+1)} + \frac{t+3}{t(t+1)} = \frac{1}{999999}$$

ОДЗ: $t \neq 0; t \neq 1; t \neq 2; t \neq 3; t \neq 4$

$$\frac{t+2+t+3}{t(t+1)(t+2)} + \frac{t+4+t+2}{(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2(t+4)}{t(t+1)(t+2)} + \frac{2(t+3)}{(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t+8+2t}{t(t+2)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4(t+2)}{t(t+2)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$4 \cdot 999999 = t^2 + 4t$$

$$t^2 + 4t - 4 \cdot 999999 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 4 \cdot 999999 = 4 \cdot 10^6$$

$$t = -2 \pm 2 \cdot 10^3$$

$$t = 2000 - 2 = 1998$$

$$t = -2000 - 2 = -2002$$

$$x+2014 = 1998$$

$$x+2014 = -2002$$

$$x = -16$$

$$x = -4016$$

Ответ: $-16; -4016$

✓ 16



ШИФР

30 350

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - (a+8) < 0$$

$$2 < a < 4$$

$$\text{т.е. } a=3; (32-30)x - a - 8 < 0$$

$$2x - 11 < 0$$

$$2x < 11$$

$$x < 5,5$$

$$\text{II: } a \neq 3; x_{\text{в.}} = -\frac{b}{2a} = \frac{10a-32}{4a-12} = 2 + \frac{a-4}{2(a-3)}$$

$$x_{\text{в. min}}, \text{ когда } a \approx 4 \text{ (max. приближ.)}$$

$$x_{\text{в. min}} \approx 2 \text{ (max. приближ.)}$$

$$x_{\text{в. max}}, \text{ когда } \frac{a-4}{a-3} \text{ max, т.е. } 1 - \frac{1}{a-3} \text{ max,}$$

$$\text{т.е. } a-3 \text{ min, т.е. } a \text{ (max. приближ. к 3)}$$

$$x_{\text{в. max}} \approx 2,5$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_{\text{в.}} &= 2 - \frac{a-4}{2(a-3)} \quad (\text{при } a > 3) \\ x_{\text{в.}} &= 2 + \frac{a-4}{2(3-a)} \quad (\text{при } a < 3) \end{aligned} \right.$$

$$x_{\text{в. min}}, \text{ когда } \frac{4-a}{a-3} \text{ max, при } a > 3, \text{ т.е. } a \rightarrow 3$$

$$x_{\text{в. min}} \approx 2 - \frac{1}{2} \approx 1,5$$

$$x_{\text{в. max}}, \text{ когда } \frac{4-a}{3-a} \text{ max, при } a < 3, \text{ т.е. } a \rightarrow 3$$

$$x_{\text{в. max}} \approx 2 + \frac{1}{2} \approx 2,5$$

$$\left\{ \begin{aligned} x &< 5,5 \\ x &\in (1,5; 2,5) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x &< 5,5 \\ x &\in (1,5; 2,5) \end{aligned} \right.$$

$$\text{Ответ: } x \in (1,5; 2,5) ?$$