



**ОТРАСЛЕВАЯ  
ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

**ШИФР** 31668

Класс 9 Вариант 1-2 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания НГТУ им. Г.И.Бардина

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<b>Σ</b>		Подпись
	Цифрой	Прописью											
Оценка	448 - 80 128 16 - 16 68 555 5 8 15 20 63	четыреста восемьдесят восемь	86	Подпись									

N1  $4 \cdot \frac{3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6}}{1,5} = 4 \cdot \frac{\frac{11}{3} - \frac{13}{6}}{1,5} = 4 \cdot \frac{\frac{22}{6} - \frac{13}{6}}{1,5} = 4 \cdot \frac{\frac{9}{6}}{1,5} = 4 \cdot \frac{9}{6} \cdot \frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{3}{3} = 4 \cdot 1 = 4$

Ответ: 4 ~~45~~

N2 Дистанция  $x$  м - расстояние между А и В  
Быстро  $x$  м/с - начальная скорость автомобилей.

Составим и решим уравнение.

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = 2,5 \\ \frac{x+15}{3+20} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5y \\ x+15 = 2y+40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2,5y \\ 2,5y + 15 = 2y + 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2,5y \\ 0,5y = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2,5y \\ y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 125 \\ y = 50 \end{cases}$$

Ответ: расстояние от А до Б равно 125 м. ~~45~~

N4  $\sqrt{2x-3} < 3$  (мн.  $2x-3$  - часть под корнем)

Замечаем, что

$$\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 2x \geq 3 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$$

(продолжение на следующей странице)

1 из 5

(N4)

$$\sqrt{2x-3} < 3$$

||

$$2x-3 < 9$$

$$2x < 12$$

$$x < 6$$

График:

$$6 < x \leq 1,5$$

$$1,5 \leq x < 6$$

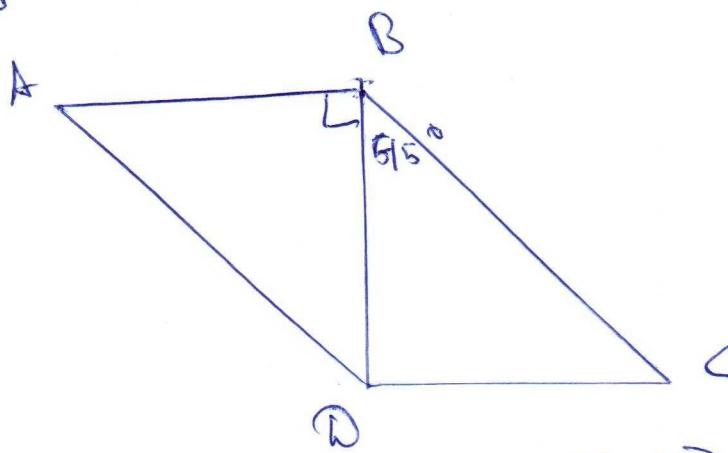
$$x \in [1,5; 6)$$

Значит наименьшее целое решение

$$\text{при } x = 2. \quad \text{б) } 5$$

Ответ:  $x = 2$

N 6



Дано:

$$\angle ABD = 90^\circ$$

$$\angle PBC = 45^\circ$$

$$\angle BPD = 5$$

ABCD - параллелограмм

$$\text{п.р. } ABCD - \text{параллелограмм} \Rightarrow AB \parallel DC \Rightarrow \angle BDC = \angle ADB = \angle PBC = 45^\circ.$$

$$= \angle ABD = 90^\circ.$$

$$\angle BAP + \angle ABP + \angle APB = 180^\circ \text{ (вз. } \triangle APB)$$

$$\angle BAP = 180^\circ - \angle ABP - \angle APB = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\angle BAP = 180^\circ - \angle ABP - \angle APB = 45^\circ \Rightarrow AB = BP = \overline{BP}.$$

$$\text{п.р. } \angle PAB = \angle APB = 45^\circ \Rightarrow \angle BAP = \angle BPD = 45^\circ$$

$$\angle BCP + \angle BPD + \angle CPD = 180^\circ \text{ (вз. } \triangle BCP)$$

$$\angle BCP + \angle BPD + \angle CPD = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\angle BCP = 180^\circ - \angle BPD - \angle CPD = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

(продолжение на следующем листе)

2 из 5



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31668

(№ 6)

$\text{ст.к. } \angle BCD = \angle CBD = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow CD = BD = 5.$

$\text{ст.к. } \Delta ABD - \text{прямоугольный с прямым углом } \angle ABD \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2} = 12,5$$

~~ст.к. }  $\Delta BDC - \text{прямоугольный}$~~

$$S_{\Delta BDC} = \frac{1}{2} BD \cdot DC \cdot \sin \angle BDC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin 90^\circ = \frac{25}{2} = 12,5.$$

$$S_{\Delta ABCD} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta BDC} = 12,5 + 12,5 = 25.$$

Ответ: 25

~~105~~

№ 7

$$-x^2 - x + 12 = 0$$

$$-x^2 - x + 12 = (3x - 9)^2$$

$$-x^2 - x + 12 = 9x^2 - 54x + 81$$

$$10x^2 - 53x + 69 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{53 \pm \sqrt{53^2 - 4 \cdot 69 \cdot 10}}{2 \cdot 10} =$$

$$= \frac{53 \pm \sqrt{2809 - 2360}}{20} =$$

$$= \frac{53 \pm \sqrt{49}}{20} = \frac{53 \pm 7}{20}$$

$$x_1 = \frac{53+7}{20} = 3 \in [-4; 3] ; \quad x_2 = \frac{53-7}{20} = \frac{46}{20} = 2,3 \in [-4; 3]$$

$$x_2 = \frac{53-7}{20} = 2,3 \in [-4; 3] - \text{заг.}$$

~~105~~

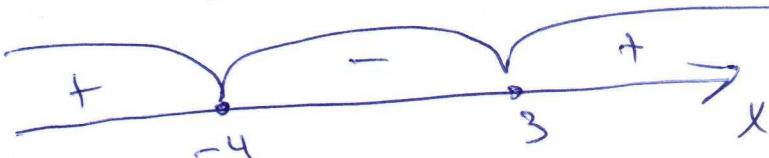
ОДЗ:

$$-x^2 - x + 12 \geq 0$$

$$x^2 + x - 12 \leq 0$$

По неравненству Виета:

$$\begin{aligned} x_1 &= -4 && -\text{норма} \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$



$$x \in [-4; 3].$$

Ответ:  $x_1 = 3 ; x_2 = 2,3$

~~8~~

3 из 5

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31668

№8

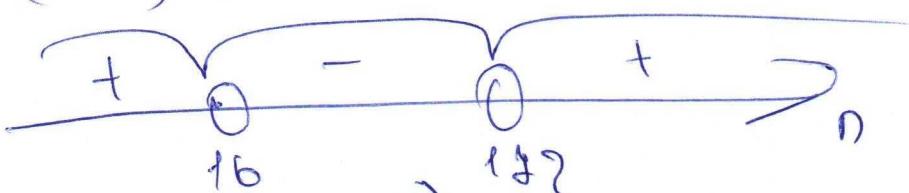
$$n^2 - 188 + 2452 < 0$$

По неравенству Виетта:

$$n_1 = 122$$

$$n_2 = 16$$

$$(n-16) \cdot (n-122) < 0$$



$$n \in (16; 122)$$

Нам надо найти сумму всех членов вида  $4 \cdot k$ , где  $k \in (4; 43)$

$$4k > 16 \Rightarrow k > 4 ; 4 \cdot k < 122 \Rightarrow k < 43$$

$$5 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + \dots + 42 \cdot 4 = 4 \cdot (5+6+\dots+42) =$$

Использование равна

$$= 4 \cdot \frac{43 \cdot 38}{2} = 4 \cdot 42 \cdot 19 = 4 \cdot 893 = 3572.$$

~~(16) 15~~

Ответ: 3572

№5

$$\frac{4-x}{4x+5} \leq -2$$

$$4-x \leq -8x-10 \\ \cancel{4x} \cancel{-8x} \leq -14$$

$$x \leq -2$$

$$x \in (-\infty; -2]$$

Ответ:  $x \in (-\infty; -2]$ , бахромка этого числа решений.

Число 5

2	2	52	2
1	3	26	2
6	88		2
3	44		2
1	82		2
8	6		2
4	3	43	43
			1

(разложение на  
умножение членов)

$x - \text{может принимать бесконечно}\text{много разных решений.}$

①

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{m}{n} \frac{c}{n}$$

Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

**ШИФР** 31668

N10

Заменим, что сумма цифр от 100 до 109 равна  $1+2+3+\dots+10$ . Заменим, что если мы возьмем десятичную часть, где на вправо от сотен будет 1, а вправо от десятков тысяч будет число  $n$ , то сумма цифр каждого из чисел увеличивается на 1, а значение суммы всех десятичных единиц увеличивается на  $10 \cdot n$ . Тогда сумма цифр чисел от 100 до 199 равна:

$$\begin{aligned}
 & (1+2+3+\dots+10) \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + \dots + 9 \cdot 10 = \\
 & = 55 \cdot 10 + 10 \cdot (1+2+\dots+9) = 550 + 45 \cdot 10 = 550 + 450 = 1000, \\
 & \text{Заменим, что если вправо от сотен стоящие числа} \\
 & \text{относительно } 1000, \text{ на } 100 \cdot (n-1). \text{ Тогда сумма} \\
 & \text{единиц каждого из } 100 \text{ чисел } 1000+9+100 \cdot (2-1) + \\
 & + 100 \cdot (3-1) + \dots + 100 \cdot (9-1) = 1000 + 100 \cdot (1+2+3+\dots+8) = \\
 & = 1000 + 3600 = 4600.
 \end{aligned}$$

аналогично: сумма цифр чисел от 10 до 19 равна:  
 $1+2+\dots+10 = 55$ . Сумма цифр десятков тысяч, где в  
право от десятков тысяч на  $n$  больше на  $10 \cdot (n-1)$ . Значит  
сумма цифр чисел от 10 до 99 равна:  
 $55 \cdot 9 + 10 \cdot (2-1) + 10 \cdot (3-1) + \dots + 10 \cdot (9-1) = 495 + 10 \cdot (1+2+\dots+8) =$   
 $= 495 + 360 = 855$ . Значит сумма цифр чисел от 10 до 99  
равна  $855 + 4600 = 5455$  и приведенное число 1000  
равно  $5455 + 1 = 5456$ . Ответ: 5456.

(16) 20

5 из 5.