

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	2	4	—	4	8	12	—	15	—	—			

N 4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

ОДЗ:  $x^3 - 3x + 1 \geq 0$ . ✓

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \quad ? \text{ } \geq 0?$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0 \quad \checkmark$$

$$x_1 = 0 \text{ или } x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ x_3 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad \checkmark$$

Вернёмся к ОДЗ:

1)  $x = 0$

$$0 - 3 \cdot 0 + 1 \geq 0$$

$$1 \geq 0$$

Корень  $x = 0$  подходит

2)  $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

$$\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1 - \sqrt{5}}{2} + 1 \geq 0$$

$$\frac{1 - 8\sqrt{5} + 10}{8} - 1,5 + 1,5\sqrt{5} \geq 0$$

$$2\frac{6}{8} + \sqrt{5} - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{5} \geq -1\frac{6}{8}$$

Корень  $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$  подходит?

3)  $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$\frac{(1 + \sqrt{5})^3}{8} - 3 \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + 1 \geq 0$$

$$\frac{16 + 8\sqrt{5}}{8} - 1,5 - \sqrt{5} + 1 \geq 0$$

$$2 + \sqrt{5} - 1,5 - \sqrt{5} + 1 \geq 0$$

$$1,5 - 0,5\sqrt{5} \geq 0$$

$$\sqrt{5} \leq 3$$

$$5 \leq 9$$

Корень  $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  подходит

Ответ:  $0; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

(14)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 31729

N1

$$A = \frac{2^{-2} + 20 \cdot 18^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{0,25 + 1}{4 - 5 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{1,25}{6,25 + \frac{5}{4}} + 4,75 = \frac{1,25}{7,5} + 4,75 = \frac{1}{6} + 4,75$$

$$0,6A = \frac{6 \left(\frac{1}{6} + 4,75\right)}{10} = \frac{1 + 28,5}{10} = \frac{29,5}{10} = 2,95$$

Ответ: 2,95.

N2

Пусть  $x_n$  — объём добычи газа (млрд. куб. м.) компанией «Новатэк»;

$x_p$  — «Роснефть»;  $x_l$  — «Лукойл»;  $x_z$  — «Газпром нефть».

По условию  $x_n : x_p : x_l = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = \frac{2}{10} : \frac{5}{10} : \frac{1}{10}$ . Тогда

$x_n = 2x_l$ ;  $x_p = 5x_l$ . По условию  $x_z = 0,3x_p = 0,3 \cdot 5x_l = 1,5x_l$ . Известно, что  $x_p - 8 = x_n + x_l + x_z$

Составим уравнение:

$$5x_l - 8 = 2x_l + x_l + 1,5x_l$$

$$0,5x_l = 8 \quad \checkmark$$

$x_l = 16$  (млрд. куб. м.) — объём добычи газа компанией «Лукойл».

$x_n = 2x_l = 2 \cdot 16 = 32$  (млрд. куб. м.) — объём добычи газа компанией «Новатэк».

$x_p = 5x_l = 5 \cdot 16 = 80$  (млрд. куб. м.) — объём добычи газа компанией «Роснефть».

$x_z = 1,5x_l = 1,5 \cdot 16 = 24$  (млрд. куб. м.) — объём добычи газа компанией «Газпром нефть».

Ответ: 32 млрд. куб. м., 80 млрд. куб. м., 16 млрд. куб. м., 24 млрд. куб. м. (4)



Доказать:  $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha} = \frac{2}{3}$  N5

Доказательство:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} &= \frac{\sin^4 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)^2 - 1}{\sin^6 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)^3 - 1} \\ &= \frac{\sin^4 \alpha + 1 - 2\sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + (1 - 2\sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha) - 1} \\ &= \frac{2\sin^4 \alpha - 2\sin^2 \alpha}{\sin^6 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha + 2\sin^4 \alpha + \sin^4 \alpha - \sin^6 \alpha - 1} \\ &= \frac{2\sin^4 \alpha - 2\sin^2 \alpha}{3\sin^4 \alpha - 3\sin^2 \alpha} = \frac{2(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha)}{3(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \frac{2}{3}, \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

(8)

N6

Расстояние между пунктами 10 км. Скорость 1-ого —  $3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ , 2-ого —  $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ . Следовательно, второй нагонит первого через  $\frac{10}{5-3} = 5$  (ч). За это время она летела со скоростью  $12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ , следовательно, она пролетела  $12 \cdot 5 = 60$  (км).

Ответ: 60 км.

(12)

N8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

Возведя в квадрат и сложив уравнения, получаем:

$$\left( \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} \right)^2 + \left( \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} \right)^2 = 1$$

$$50 \cdot \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} + \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = 1$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



№8 (продолжение)

$$\cos^6 x + \sin^6 x = \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\cos^6 x + (1 - \cos^2 x)^3 = (1 - \cos^2 x) \cos^2 x$$

$$\cos^6 x + 1 - 3\cos^2 x + 3\cos^4 x - \cos^6 x = \cos^2 x - \cos^4 x$$

$$4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1 = 0$$

Пусть  $t = \cos^2 x$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$t = \frac{4}{8} = 0,5$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{4} \\ x = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n, \text{ где } n \in \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

$$\cos y = \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$$

$$1) \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos y = \frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos y = \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3\pi}{4} \\ y = \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

Из 1) и 2) следует, что  $y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$

Ответ:  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$

$y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot m, \text{ где } m \in \mathbb{Z}.$

Сопоставим  $x, y.$

(15)