ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32123

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	4	8	–	∅	12	16	–	–	48	сорок восемь	

N1

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{9}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot 3^{-8} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 8^{\frac{2\cdot 3}{9}}}{2+\cancel{\sqrt{3}} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2 - \cancel{\sqrt{3}}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{3+1+2^{\frac{2\cdot 9}{9}}}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{4+4}{4+2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8 \cdot \cancel{6}}{\cancel{6} \cdot 10} = 0,8$$

$0,1A = B \iff A = 10B$

Т.об $A = 8$

Ответ: 8 ✓ 4

N2

Пусть скорость одного насоса равна v л/ч, а объём первого танкера – A литров, второго – B литров. Значит первое время (4 насоса) равно $\left(\frac{A+\frac{B}{3}}{4v}\right)$ ч, то второе время (3 насоса и один) равно $\left(\frac{A}{3v} + \frac{B}{4v}\right)$ ч, а третье (3 насоса) – $\left(\frac{B}{3v}\right)$ ч $= t_3$

Т.к. первое время равно 11 ч, то $\frac{A+\frac{B}{3}}{4v} = 11 \iff$

$\Leftrightarrow \frac{A}{v} + \frac{B}{3v} = 44$

Т.к. $t_3 = \frac{B}{3v}$, то $\frac{A}{v} + t_3 = 44 \Leftrightarrow \frac{A}{v} = 44 - t_3$

$\Downarrow$

$\frac{B}{v} = 3t_3$

Т.к. второе время равно 18 ч, то

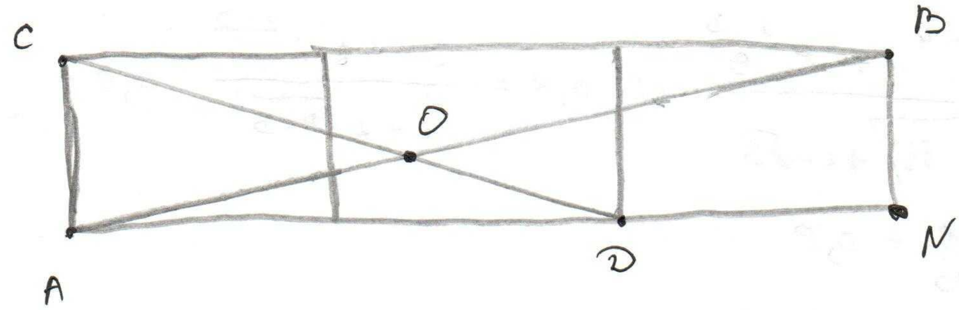
$\frac{A}{3v} + \frac{B}{4v} = 18$

$\frac{44 - t_3}{3} + \frac{3t_3}{4} = 18 \Leftrightarrow 44\cdot 4 - 4t_3 + 9t_3 = 18\cdot 12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5t_3 = 18\cdot 12 - 44\cdot 4 \Leftrightarrow t_3 = \frac{4\cdot(18\cdot 3 - 44)}{5} = \frac{4\cdot \cancel{10}^2}{\cancel{5}} = 8$ ч

Ответ: 8 ч

№3



Т.к. это три квадрата, то все стороны равны. Пусть $AC = a$, то $AN = 3a$, $AD = 2a$, $BN = a$

$\cos(\angle DAO + \angle ODA) = \cos\angle DAO \cdot \cos\angle ODA - \sin\angle DAO \cdot$

$\cdot \sin\angle ODA$

$\triangle ABN: \angle N = 90^\circ$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32123

$\Leftrightarrow \frac{A}{v} + \frac{B}{3v} = 44$

Т.к. $t_3 = \frac{B}{3v}$, то $\frac{A}{v} + t_3 = 44 \Leftrightarrow \frac{A}{v} = 44 - t_3$

$\Downarrow$

$\frac{B}{v} = 3t_3$

Т.к. второе время равно 18ч, то $\frac{A}{3v} + \frac{B}{4v} = 18$

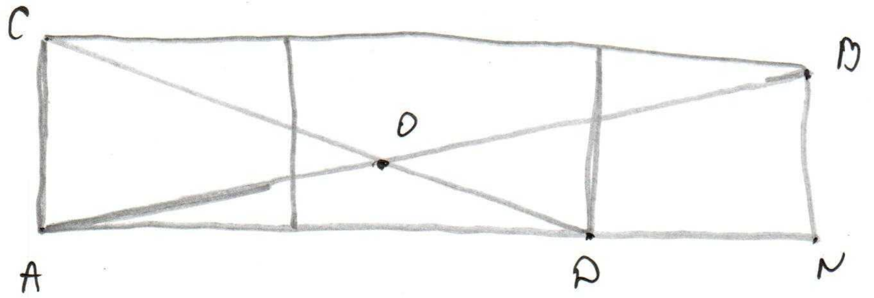
$\frac{44 - t_3}{3} + \frac{3t_3}{4} = 18 \Leftrightarrow 44 \cdot 4 - 4t_3 + 9t_3 = 18 \cdot 12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5t_3 = 18 \cdot 12 - 44 \cdot 4 \Leftrightarrow t_3 = \frac{4(18 \cdot 3 - 44)}{5} \Leftrightarrow t_3 = \frac{4 \cdot 10^2}{5}$

$\Leftrightarrow t_3 = 8$ (ч)

Ответ: 8ч v 4

N 3



Т.к. это три квадрата, то все стороны равны. Пусть $AC = BN = a$, то $AN = 3a$, $AD = 2a$

$\cos(\angle OAD + \angle ODA) = \cos\angle OAD \cdot \cos\angle ODA - \sin\angle OAD \cdot \sin\angle ODA$

~~sin∠OAD~~

$\triangle ABN$: $\angle N = 90^\circ$ (т.к. квадрат)

$\sin\angle OAD = \frac{BN}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

По т. Пифагора:

$AB = \sqrt{BN^2 + AD^2} = a\sqrt{10}$

$\cos\angle OAD = \sqrt{1-\sin^2\angle OAD} = \frac{3}{\sqrt{10}}$

$\triangle ACD$: $\angle C = 90^\circ$

$\sin\angle ODA = \frac{CA}{CD} = \frac{a}{a\sqrt5} = \frac{1}{\sqrt5}$

По т. Пифагора:

$CD = \sqrt{CA^2 + AD^2} = a\sqrt5$

$\cos\angle ODA = \frac{2}{\sqrt5}$

Т. об.

$\cos(\angle OAD + \angle ODA) = \frac{3\cdot2}{\sqrt{50}} - \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt2} = \frac{\sqrt2}{2}$

$\angle OAD + \angle ODA = 45^\circ$

$\angle AOD = 180^\circ - \angle OAD - \angle ODA$

$\angle COA = \angle OAD + \angle ODA = 45^\circ$

Ответ: 45° ✓ 4

№4

$(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1) = \frac{1}{4}x$

Замена: $\sqrt{1+x} = a$, $a \geq 0$

$\sqrt{1-x} = b$, $b \geq 0$

$\sqrt{1+x} = a$

$a^2 = 1+x$

$x = a^2 - 1$

Т. об. $(a-1)(b+1) = \frac{a^2-1}{4} \Leftrightarrow 4ab + 4a - 4b - 4 = a^2 - 1$

$\Leftrightarrow a^2 - 4a(b+1) + 4b + 3 = 0$

$\frac{D}{2} = 4(b+1)^2 - 4b - 3 = 4b^2 + 8b + 4 - 4b - 3 = 4b^2 + 4b + 1 = (2b+1)^2$

$a = 2b+2 \pm \sqrt{(2b+1)^2} \Leftrightarrow a = 2b+2 \pm |2b+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 4b+3 \\ a = 1 \end{array}\right.$

Т. об. $\left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1} = 4\sqrt{1-x}+3 \\ \sqrt{x+1} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \cancel{\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1 = 16x-16+24\sqrt{x-1} \\ x \geq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x+1=1 \\ x > -1 \end{cases} \end{array}\right.}$

$\cancel{\Leftrightarrow -17x+6 = 24\sqrt{x-1}}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1} - 3 = 4\sqrt{1-x} \\ \sqrt{x+1} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1+9-6\sqrt{x+1} = 16-16x \\ x \geq 8 \end{cases} \\ \begin{cases} x+1=1 \\ x > -1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 17x-6 = 6\sqrt{x+1} \\ x \geq 8 \end{cases} \\ x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 289x^2-204x+36 = 36x+36 \\ x \geq 8 \end{cases} \\ x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x(289x-240)=0 \\ x \geq 8 \end{cases} \\ x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{240}{289} \end{array}\right. \\ x \geq 8 \end{cases} \\ x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0$

Ответ: 0 ✓ 8

N 6

Невозможно измерить результат, т.к. $\lim\limits_{t\to\infty} \Delta S = 0$, где ΔS - расстояние между велосипедистами, а t - время поездки

0

N 7

$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12} \Leftrightarrow \sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{8x-x^2-12}+\sqrt{7-2x}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12+7-2x+2\sqrt{8x-x^2-12}\cdot\sqrt{7-2x} \\ x\in[2;3,5] \end{cases} \Leftrightarrow$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32123

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{8x-x^2-12}\cdot\sqrt{7-2x}\le 0 \\ x\in[2;3,5] \end{cases} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 8x-x^2-12=0 \\ 7-2x=0 \end{array}\right. \\ x\in[2;3,5] \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3,5 \\ x=6 \end{array}\right. \\ x\in[2;3,5] \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3,5 \end{array}\right.$

12

Ответ: 2; 3,5

№8

$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x=\sin x-\cos y \\ \cos x+\cos y=1-\cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x+\cancel{\cos y}=1-\sin x+\cancel{\cos y} \\ \cos^2 x=\sin x-\cos y \end{cases}$

$\cos x+\sin x=1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cdot\cos(x+\frac{\pi}{4})=1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z \\ x=2\pi m, m\in Z \end{array}\right.$

1) $\begin{cases} x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z \\ 0+\cos y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z \\ y=2\pi m, m\in Z \end{cases}$

2) $\begin{cases} x=2\pi n, n\in Z \\ 1+\cos y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2\pi n, n\in Z \\ y=\pi+2\pi m, m\in Z \end{cases}$

16

Ответ: $(\frac{\pi}{2}+2\pi n; 2\pi n), n\in Z$; $(2\pi m; \pi+2\pi m), m\in Z$