ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31729

Класс 10 **Вариант** 2 **Дата Олимпиады** 03.03.2018

Площадка написания МГТУ имени Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 21 Цифрой	Прописью	Подпись
Оценка	2	0	5	5	5	4	21	двадцать одно	

№3

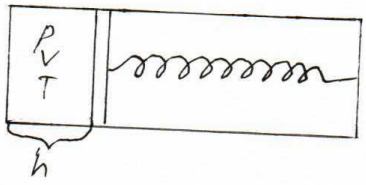
Дано: $V = 4\,л$, $p = 10^6\,Па$, $n = \frac{V_2}{V}$, $n = 3$, $A - ?$

СИ: $4 \cdot 10^{-3}\,м^3$

Решение:

p, V, T – давление, объём и температура газа в 1-ом состоянии. p_2, V_2, T_2 – во 2-ом. S – площадь поперечного сечения цилиндра.

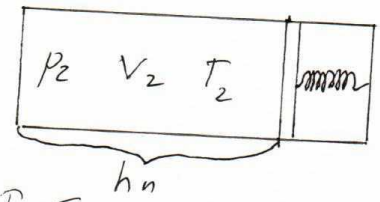
1-ое состояние:



$V = hS$

$p = \frac{F}{S} = \frac{kh}{S}$, где F и k – сила упругости и коэффициент жёсткости пружины ($F = kh$)

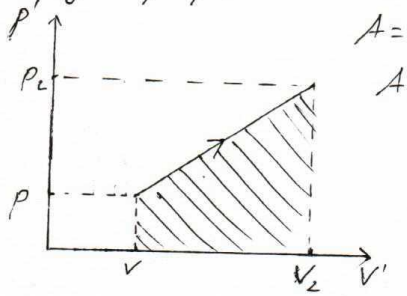
2-ое состояние:



$n = \frac{V_2}{V}$; $V_2 = nV = Shn$

$p_2 = \frac{F_2}{S} = \frac{knhn}{S}$, где F_2 и k – сила упругости и коэффициент жёсткости пружины ($F_2 = khn$) $\Rightarrow p_2 = np$

Работа газа (A) равна площади трапеции, находящейся под графиком в зависимости давления от объёма:



$$A = \left(\frac{p + p_2}{2}\right)(V_2 - V) = \left(\frac{p + np}{2}\right)\left(\frac{n}{n}V_2 - V\right) = \frac{(n+1)p \cdot (n-1)V}{2}$$

$$A = \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2} = 16 \cdot 10^3 = 16\,000\ (Дж)$$

Ответ: 16 000 Дж.

+ (5)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

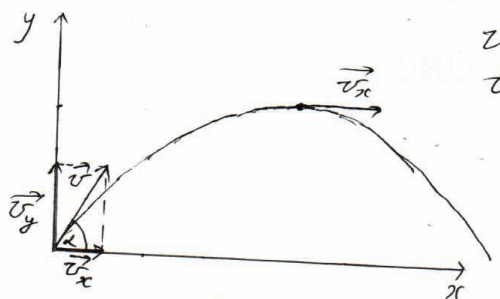
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31729

№4

Дано: $m = 1\,кг$, $\alpha = 60°$, $p = 5\ \frac{кг \cdot м}{с}$, $v - ?$

Решение:



v_x и v_y — проекции скорости v на оси ox и oy.

$v_x = v \cdot \cos\alpha \Rightarrow v = \frac{v_x}{\cos\alpha}$

Движение по оси ox равномерное, а по oy — равноускоренное.

Когда тело достигнет наивысшей точки траектории, v_y будет равна 0, скорость тела будет равна v_x. Отсюда имеем: $p = m v_x \Rightarrow v_x = \frac{p}{m}$

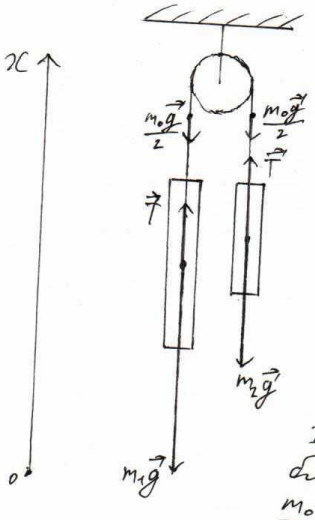
$v = \frac{v_x}{\cos\alpha} = \frac{p}{m\cos\alpha}$, $v = \frac{5}{1 \cdot \cos 60°} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10\ \left(\frac{м}{с}\right)$

Ответ: $10\ \frac{м}{с}$. + (5).

№5

Дано: m_0, m_1, m_2, g, $a - ?$

Решение:



T — сила натяжения нити

$\frac{m_0 g}{2}$ — сила тяжести, действующая на половину нити, которая перекинута через блок.

II закон Ньютона для нее слева от блока:

$\frac{m_0\vec{g}}{2} + \vec{T} + m_1\vec{g} = \left(m_1 + \frac{m_0}{2}\right)\vec{a}$

$T - \left(m_1 + \frac{m_0}{2}\right)g = -\left(m_1 + \frac{m_0}{2}\right)a$

$T = \left(\frac{m_0}{2} + m_1\right)(g - a)$ (1)

II закон Ньютона для нее справа от блока:

$\frac{m_0\vec{g}}{2} + \vec{T} + m_2\vec{g} = \left(m_2 + \frac{m_0}{2}\right)\vec{a}$

$T - \left(m_2 + \frac{m_0}{2}\right)g = \left(m_2 + \frac{m_0}{2}\right)a$

$T = \left(m_2 + \frac{m_0}{2}\right)(g + a)$ (2)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31729

№5 (продолжение)

Приравнивая правые части выражений (1) и (2), получаем:

$\left(\frac{m_0}{2}+m_1\right)(g-a)=\left(m_2+\frac{m_0}{2}\right)(g+a)$

$\frac{m_0}{2}g+m_1g-m_1a-\frac{m_0}{2}a=m_2g+\frac{m_0}{2}g+m_2a+\frac{m_0}{2}a$

$(m_1-m_2)g=(m_0+m_1+m_2)a$

$a=\frac{(m_1-m_2)g}{m_0+m_1+m_2}$

Т.к. нить нерастяжимая, то все тела имеют равное по модулю ускорение (a)

Ответ: $a=\frac{(m_1-m_2)g}{m_0+m_1+m_2}$.

5

№6

Дано:
$L=1{,}5$ м
$m=1$ кг
$\mu=0{,}75$
$S=0{,}5$ м
$Q=0{,}875$ Дж
$g=10\ \frac{м}{с^2}$

$v-?$

Решение:

По ЗСЭ: $\frac{mv^2}{2}=A+Q$, где A – работа против силы трения F'

Будем считать, что сила трения пропорционально увеличивается с движением бруска по участку с трением.

$F=\mu m'g$, где m' – масса части бруска, находящейся над шероховатым участком (общий вид)

$F_{min}=0$ ($m'=0$); $F_{max}=\mu g\frac{mS}{L}$ ($m'=\frac{mS}{L}$, т.к. брусок однородный)

F_{min} – минимальная сила трения; F_{max} – максимальная сила трения.

$F'=\frac{F_{min}+F_{max}}{2}=\frac{F_{max}}{2}=\frac{mS}{2L}\mu g$

$A=F'S=\frac{mS^2}{2L}\mu g$

μg

По ЗСЭ: $\frac{mv^2}{2}=\frac{mS^2}{2L}+Q$; $v^2=\frac{S^2}{L}+\frac{2Q}{m}$; $v=\sqrt{\frac{S^2}{L}+\frac{2Q}{m}}$

$v=\sqrt{\frac{(0{,}5)^2}{1{,}5}+\frac{2\cdot0{,}875}{1}}\approx1{,}384\ \left(\frac{м}{с}\right)$

$\frac{\mu g\cdot S^2}{L}$.

Ответ: $1{,}384\ \frac{м}{с}$.

4

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31729

N 1

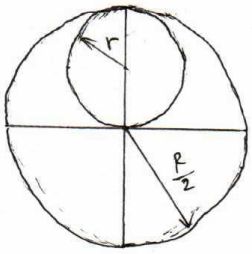
Дано: R, g, $r = \frac{R}{2}$, $L = 1{,}5\pi R$

Найти: $A - ?$

Решение:

S – площадь сечения

$S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi R^2 - \pi \frac{R^2}{4} = \frac{3}{4}\pi R^2$



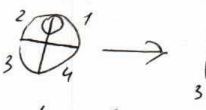
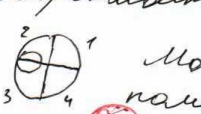
Разобьём цилиндр на 4 части, как показано на рисунке:

m_1, S_1 – масса и площадь сечения заполненной части, а m_2, S_2 – части с пустотой

$S_1 = \frac{\pi R^2}{4}$; $S_2 = \frac{S - 2S_1}{2} = \frac{S}{2} - S_1 = \frac{3}{8}\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi R^2}{8}$

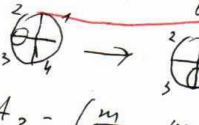
$m_1 = m \cdot \frac{S_1}{S} = m \frac{\pi R^2 \cdot 4}{4 \cdot 3\pi R^2} = \frac{m}{3}$; $m_2 = m \cdot \frac{S_2}{S} = m \frac{\pi R^2 \cdot 4}{4 \cdot 2\pi R^2 \cdot 3} = \frac{m}{6}$

Цилиндр совершит полный поворот, когда его центр переместится на $2\pi R$. Когда он переместится на $L = 1{,}5\pi R$, цилиндр совершит $\frac{3}{4}$ поворота и останется в следующем положении (будем поворачивать против часовой стрелки):

1)  → 

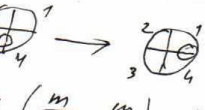
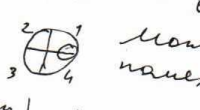
Можно считать, что 1-ая и 3-я части поменялись местами. Высчитаем работу:

$A_1 = \left(\frac{m}{3} - \frac{m}{6}\right) g R = \frac{m}{6} g R$

2)  →

Можно считать, что 2-ая и 4-ая части поменялись местами. Высчитаем работу:

$A_2 = \left(\frac{m}{3} - \frac{m}{6}\right) g R = \frac{m}{6} g R$

3)  → 

Можно считать, что 1-ая и 3-я части поменялись местами. Высчитаем работу:

$A_3 = \left(\frac{m}{6} - \frac{m}{3}\right) g R = -\frac{m}{6} g R$, т. е. этот процесс брусок совершает самостоятельно.

$A = A_2 + A_3 = \frac{m}{6} g R + \frac{m}{6} g R = \frac{m}{3} g R$

Ответ: $\frac{m}{3} g R$.