ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15624

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018.

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	4	0	8	12	6	16	0	0	54	пятьдесят четыре	

Задание №1.

$B=0{,}1A$

$$B=\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}\cdot 27^{-3}+(0{,}2)^{-4}\cdot 25^{-2}+\left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}\cdot(2{,}017)^0\cdot\sqrt{0{,}36}=\frac{3^{10}\cdot\frac{1}{(3^3)^3}+\frac{1}{0{,}2^4}\cdot\frac{1}{5^4}+64^{\frac{1}{3}}}{2+\sqrt{3}+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+2-\sqrt{3}}\cdot 1\cdot 0{,}6=$$

$$=\frac{3+1+(4^3)^{\frac{1}{3}}}{4+2\sqrt{4-3}}\cdot 1\cdot 0{,}6=\frac{8}{6}\cdot 1\cdot 0{,}6=0{,}8$$

$A=0{,}8\cdot 10=8$

Ответ: 8.

Задание №2.

Дано:

4 насоса за 11ч = I т и $\frac{1}{3}\cdot$ II т.

3 нас I т., потом 1 нас $\frac{1}{4}$ II т. за 18ч.

Найти: 3 насоса за сколько II т = ?

Решение:

Обозначим скорость одного насоса – X

$I_т=V_1$; $II_т=V_2$

$V_1+\frac{V_2}{3}=4x\cdot 11$; $\frac{V_1}{3x}+\frac{1}{4}\cdot\frac{V_2}{x}=18$

$3V_1+V_2=44x\cdot 3$; $\frac{V_1}{3x}+\frac{132x-3V_1}{4x}=18$

$V_2=132x-3V_1$;

$\frac{4V_1+396x-9V_1}{12x}=18$

$-5V_1=216x-396x$

$V_1=36x$

$V_2=132x-3\cdot 36x$;

$V_2=132x-108x=24x$

$t_2=\frac{V_2}{3x}$

$t_2=\frac{24x}{3x}=8$ ч.

Ответ: 8ч.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

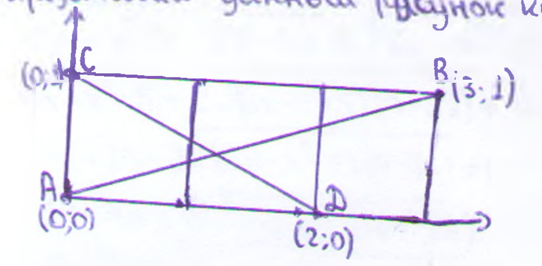
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15624

Задание №3.

Представим данный рисунок как плоскость координат. За единицу возьмём сторону квадрата.



$\overline{AB}\{3;1\}$

$\overline{CD}\{2;-1\}$, α - острый угол, между прямыми

Тогда $\cos\alpha = \dfrac{x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}} = \dfrac{3\cdot 2 + 1\cdot(-1)}{\sqrt{9+1}\cdot\sqrt{4+1}} = \dfrac{5}{\sqrt{50}} = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\alpha = \arccos\frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ$; B - тупой угол ; $B = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

Ответ: 45° или 135°

Задание №5.

$tg15^\circ\cdot tg25^\circ\cdot tg35^\circ\cdot tg85^\circ = \dfrac{\sin15^\circ\cdot\sin25^\circ\cdot\sin35^\circ\cdot\sin85^\circ}{\cos15^\circ\cdot\cos25^\circ\cdot\cos35^\circ\cdot\cos85^\circ} = \dfrac{\frac{1}{4}\cdot(\cos10-\cos40)(\cos50-\cos120)}{\frac{1}{4}(\cos10+\cos40)(\cos50+\cos120)} =$

$= \dfrac{\cos10\cos50 - \cos10\cdot\cos120 - \cos40\cdot\cos50 + \cos40\cdot\cos120}{\cos10\cdot\cos50 + \cos10\cdot\cos120 + \cos40\cdot\cos50 + \cos40\cdot\cos120} = 1$, тогда числитель и знаменатель должны быть равны:

$\cos10\cdot\cos50 - \cos10\cdot\cos120 - \cos40\cdot\cos50 + \cos40\cdot\cos120 = \cos10\cdot\cos50 + \cos10\cdot\cos120^\circ + \cos40\cdot\cos50 + \cos40\cdot\cos120$

$2(\cos10\cdot\cos120 + \cos40\cdot\cos50) = 0$

$\cos10\cdot\cos120 + \cos40\cdot\cos50 = 0$

$\frac{1}{2}(\cos130 + \cos110) + \frac{1}{2}\cdot\cos10 = 0$

$\cos130 + \cos110 + \cos10 = 0$

$\cos10(1 + 2\cdot\cos120) = 0$

$\cos10(1 - 2\cdot\frac{1}{2}) = 0$

$0 = 0$

Тождество доказано

Задание №6.

$S = 75$ км
$\vartheta_1 = 12$ км/ч
$\vartheta_2 = 13$ км/ч
$\vartheta_c = 15$ км/ч

$S_{собаки} = ?$

Решение:

$\vartheta_{общ} = 12$ км/ч $+ 13$ км/ч $= 25$ км/ч

$t = \dfrac{75\text{ км}}{25\text{ км/ч}} = 3$ ч

$S_{собаки} = 3$ ч $\cdot 15$ км/ч $= 45$ км

Ответ: 45 км

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15624.

Задание №7.

$\sqrt{6x-x^2-5}-\sqrt{7-2x}\geq\sqrt{8x-x^2-12}$

$6x-x^2-5-2\sqrt{(6x-x^2-5)(7-2x)}+7-2x\geq 8x-x^2-12$

$-4x+14-2\sqrt{(6x-x^2-5)(7-2x)}\geq 0$

$14-4x\geq 2\sqrt{(6x-x^2-5)(7-2x)}$

$7-2x\geq\sqrt{(6x-x^2-5)(7-2x)}$

$(7-2x)^2\geq(6x-x^2-5)(7-2x)$

$7-2x=6x-x^2-5$

$x^2-8x+12=0$

$D=64-48=16$

$x_1=\frac{8+4}{2}=6$

$x_2=\frac{8-4}{2}=2$

ОДЗ: 1) $6x-x^2-5\geq 0$ $x_1=1$ $x_2=5$ $[1;5]$

2) $7-2x\geq 0$ $x\leq 3{,}5$ $(-\infty;3{,}5]$

3) $8x-x^2-12\geq 0$ $x_1=2$ $x_2=6$ $[2;6]$

Общее ОДЗ: $[2;3{,}5]$

Ответ: $[2;3{,}5]$

Задание №8. $\begin{cases}\cos x+\cos y=\sin^2 x\\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x\end{cases} \Rightarrow \sin x-\cos y=\cos^2 x$

$\begin{cases}\cos x+\cos y=\sin^2 x\\ \sin x-\cos y=\cos^2 x\end{cases}$ +

$\cos x+\sin x=\sin^2 x+\cos^2 x$

$\cos x+\sin x=1$ – Такое возможно только когда $\cos x=1$, а $\sin x=0$ или $\cos x=0$, а $\sin x=1$

То есть $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$; $n\in\mathbb{Z}$ или $x=2\pi n$

При $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$: $\cos\frac{\pi}{2}+\cos y=\sin^2\frac{\pi}{2}$

$0+\cos y=1$

$\cos y=1$

$y=2\pi n$

При $x=2\pi n$: $\cos 2\pi+\cos y=\sin 2\pi$

$1+\cos y=0$

$\cos y=-1$

$y=\pi+2\pi n$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\,2\pi n\right)$; $\left(2\pi n;\,\pi+2\pi n\right)$