ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23236

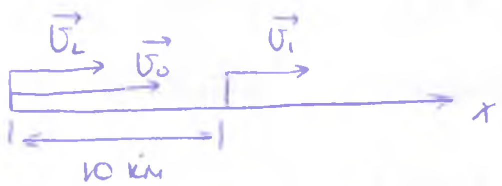
Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	0	0	0	8	12	4	0	10	12	50	пятьдес.	

⑥

	S	v	t
1ый пеш.	S_1	3 км/ч	t_1
2ой пеш.	S_2	5 км/ч	t_2
Оса	$S_0 = x$	12 км/ч	t_0



1) Скорость сближения пешеходов: $v_{сбл.} = v_2 - v_1 = 5$ км/ч $- 3$ км/ч $= 2$ км/ч.

2) Время сближения пешеходов: $t_{сбл} = \dfrac{10 \text{ км}}{2 \text{ км/ч}} = 5$ ч.

3) Расстояние, к-ое пролетит оса за $t_{сбл}$: $S_0 = 5ч \cdot 12$ км/ч $= 60$ км.

Ответ: 60 км.

② ~~x млрд м³ – сумма объёмов добытого „Новатэком", „Роснефтью" и „Лукойлом" газа.~~

1) x млрд м³ – всего газа.

2) $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right) x$ млрд м³ – сумма объёмов добытого „Новатэком", „Роснефтью" и „Лукойлом" газа

3)

ЛИСТ №1

① $A = \dfrac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \dfrac{\frac{1}{4} + 1}{\frac{1}{0,25} - \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2} + 4,75 =$

$= \dfrac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{0,25} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \dfrac{\frac{5}{4}}{4+1} + 4,75 = \frac{1}{4} + 4,75 = \frac{475}{100} + \frac{25}{100} =$

$= 5.$

60% от A $= 0,6A = 0,6 \cdot 5 = 3.$

Ответ: 3

⑤ $\dfrac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \dfrac{2}{3}$

1) $\sin^4 \alpha = \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right)^2$ 3) $\sin^6 \alpha = \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right)^3$

2) $\cos^4 \alpha = \left(\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}\right)^2$ 4) $\cos^6 \alpha = \left(\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}\right)^3$

5) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 = \dfrac{(1 - \cos 2\alpha)^2 + (1 + \cos 2\alpha)^2}{4} - 1 = \dfrac{1 - \cancel{2\cos 2\alpha} + \cos^2 2\alpha + 1 + \cancel{2\cos 2\alpha} + \cos^2 2\alpha}{4} -$

$-1 = \dfrac{2 + 2\cos^2 2\alpha}{4} - 1 = \dfrac{1 + \cos^2 2\alpha}{2} - 1.$

6) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1 = \dfrac{(1 - \cos 2\alpha)^3 + (1 + \cos 2\alpha)^3}{8} - 1 =$ ~~1 - 3cos 2α + 3cos² 2α - cos³ 2α + 1~~

$= \dfrac{1 - \cancel{3\cos 2\alpha} + 3\cos^2 2\alpha - \cancel{\cos^3 2\alpha} + 1 + \cancel{3\cos 2\alpha} + 3\cos^2 2\alpha + \cancel{\cos^3 2\alpha}}{8} - 1 = \dfrac{2 + 6\cos^2 2\alpha}{8} - 1 =$

$= \dfrac{1 + 3\cos^2 2\alpha}{4}$

7) $\dfrac{\frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2} - 1}{\frac{1 + 3\cos^2 2\alpha}{4} - 1} = \dfrac{\frac{1 + \cos^2 2\alpha - 2}{\cancel{2}}}{\frac{1 + 3\cos^2 2\alpha - 4}{\cancel{4}\, 2}} = \dfrac{(\cos^2 2\alpha - 1) \cdot 2}{(3\cos^2 2\alpha - 3)} =$

$= \dfrac{\cancel{(\cos^2 2\alpha - 1)} \cdot 2}{3 \cdot \cancel{(\cos^2 2\alpha - 1)}} = \dfrac{2}{3}$ | $\Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \dfrac{2}{3}$ ч.т.д.

⑦ $\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$

1. $\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} - \sqrt{9x-x^2-18} \geq 0$

ОДЗ: 1) $\begin{cases} 8x-x^2-7\geq 0 \\ 11-x\geq 0 \\ 9x-x^2-18\geq 0 \end{cases}$

2) $8x-x^2-7\geq 0$

$x^2-8x+7\leq 0$

$D_1 = 16-7=9$

$x_1 = \frac{4+3}{1} = 7$; $x_2 = \frac{4-3}{1} = 1$

3) $11-x\geq 0$

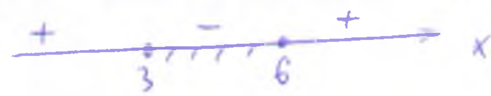
$x\leq 11$

4) $9x-x^2-18\geq 0$

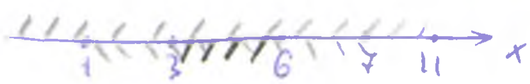
$x^2-9x+18\leq 0$

$D = 81-72=9$

$x_1 = \frac{9+3}{2} = 6$; $x_2 = \frac{9-3}{2} = 3$



5) Решим систему (пункт 1):



$x\in\{1\}\cup[3;6]\cup\{7\}\cup\{11\}$ - решение системы

2. Нули функции: $\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} - \sqrt{9x-x^2-18} = 0$

$x=7$; $x=1$; $x=11$; $x=3$; $x=6$

3. $\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} - \sqrt{9x-x^2-18} \geq 0$

~~$8x-x^2-7-11+x-9x+x^2+18\geq 0$~~

$(\sqrt{8x-x^2-7})^2 - (\sqrt{11-x})^2 - (\sqrt{9x-x^2-18})^2 \geq 0$

$8x-x^2-7-11+x+9x+x^2+18\geq 0$

$0\geq 0$

$\Downarrow$

$x\in R$.

Согласно ОДЗ $x\in\{1\}\cup[3;6]\cup\{7\}\cup\{11\}$.

Ответ: $x\in\{1\}\cup[3;6]\cup\{7\}\cup\{11\}$.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23236

(10) $(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$, где $1<a<3$

$4x^2-2ax^2+13ax-27x+33-13a>0$

1) Если $a=1$, то $4x^2-2x^2+13x-27x+33-13>0$

$2x^2-14x+20>0$

$D_1=49-40=9$

$x_1=\frac{7+3}{2}=5$; $x_2=\frac{7-3}{2}=2$

2) Если $a=3$, то $4x^2-6x^2+39x-27x+33-39>0$

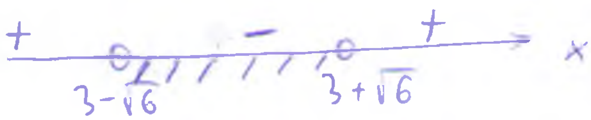
$-2x^2+12x-6>0$

$2x^2-12x+6<0$

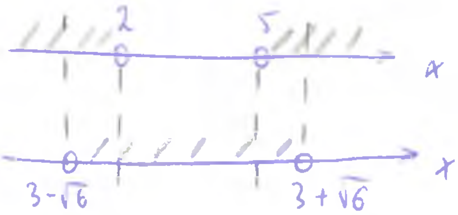
$x^2-6x+3<0$

$D_1=9-3=6$

$x_1=\frac{3+\sqrt{6}}{1}=3+\sqrt{6}$; $x_2=3-\sqrt{6}$



3)



$\Downarrow$

Решением системы будет $\begin{cases} 2x^2-14x+20>0 & \text{при } a=1 \\ -2x^2+12-6>0 & \text{при } a=3 \end{cases}$

$x\in(3-\sqrt{6};2)\cup(5;3+\sqrt{6})$.

Отв: $x\in(3-\sqrt{6};2)\cup(5;3+\sqrt{6})$.

8) $\begin{cases} \sin x - \dfrac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \dfrac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$ ОДЗ: $\sin x \neq 0$; $x \neq \pi n, n \in Z$
$\cos x \neq 0$; $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

1) $\sin x - \dfrac{1}{\sin x} = \sin y \quad | \cdot \sin x, \sin x \neq 0$

$\sin^2 x - 1 = \sin y \sin x$

$\sin^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x = \sin y \sin x$

$\cos^2 x = -\sin y \sin x$

2) $\cos x - \dfrac{1}{\cos x} = \cos y \quad | \cdot \cos x, \cos x \neq 0$

$\cos^2 x - 1 = \cos y \cos x$

$-\sin y \sin x - 1 = \cos y \cos x$

$\cos y \cos x + \sin y \sin x = -1$

$\cos(y - x) = -1$

$y - x = \pi + \pi n, n \in Z$

$y = x + \pi + \pi n, n \in Z$

3) $\sin x - \dfrac{1}{\sin x} = \sin(-x + \pi)$

$\sin x - \dfrac{1}{\sin x} = -\sin x$

$2\sin x - \dfrac{1}{\sin x} = 0 \quad | \cdot \sin x \neq 0$

$2\sin^2 x - 1 = 0$

$-\cos 2x = 0$

$\cos 2x = 0$

$2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

4) $y = x + \pi + \pi n, n \in Z$

$y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} + \pi + \pi n, n \in Z$

$y = \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi n}{2}, n \in Z$

Отв: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$; $y = \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi n}{2}, n \in Z$.