ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28718

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18.

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	4	4	0	0	0	16	0	16	48	сорок восемь	

① $A \cdot 0,1 = B$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,018)^0 \cdot \sqrt{0,36}$$

1. $\frac{1}{3^{-10}} \cdot \frac{1}{27^3} = 3$

2. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot 25^{-2} = 1$

3. $\left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3} = 4$

4. $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2 = 4 + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 4+2=6$

5. $(2,018)^0 = 1$

6. $\sqrt{0,36} = 0,6$

$B = \frac{3+1+4}{6} \cdot 1 \cdot 0,6 = 8 \cdot 0,1 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 8$ Ответ: 8.

② $\exists$ 1 танкер $= A_1$ (1) $A_1 + \frac{A_2}{3} = 4N \cdot 11 ч$, также $\frac{A_1}{3} = N \cdot t_1$ и $\frac{A_1}{4} = N \cdot t_2$,

2 танкер $= A_2$

$N_1 = N_2 = \ldots = N$ где $t_1 + t_2 = 18. \Rightarrow$

1. $\frac{A_1}{3N} + \frac{A_2}{4N} = 18 \Rightarrow 4A_1 + 3A_2 = 18 \cdot 12 \cdot N$ (2)

2. из первого равенства $A_1 = 44N - \frac{A_2}{3}$ подставим в (2)

$A_1 = \frac{18 \cdot 12 - 3A_2}{4}$ из (2) приравняем

$\frac{18 \cdot 12 N - 3A_2}{4} = 44N - \frac{A_2}{3} \Rightarrow 18 \cdot 3N - 0,75A_2 = 44N - \frac{A_2}{3}$

$10N = \frac{5A_2}{12} \Rightarrow A_2 = \frac{120}{5} N \Rightarrow A_2 = 24N$

т.к. по условию необходимо найти t, которое $A_2 = 3N \cdot t$, $\Rightarrow t = 8$

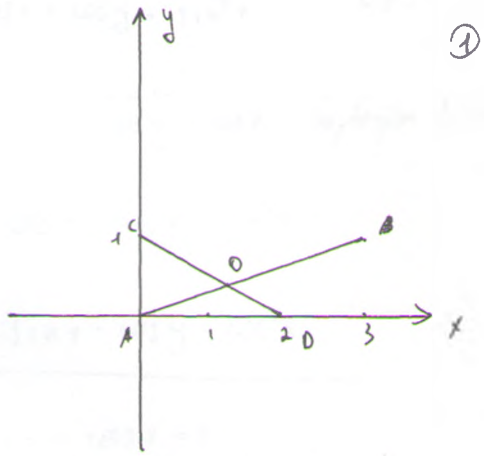
Ответ: 8 ч.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23 718.

③



① $S_{\triangle AOC} = \frac{h \cdot AC}{2}$

$h = x_0$ - т. пересеч двух прямых

$y = \frac{1}{3}x$ и $y = -\frac{1}{2}x + 1$

$x_0 = \frac{6}{5} \Rightarrow S_\triangle = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}6 \Rightarrow$

$\Rightarrow y_0 = \frac{2}{5}$

② $S_{\triangle AOC} = \frac{CO \cdot AO \cdot \sin\angle AOC}{2}$

Найдём CO

т. $C(0;1)$ $\Rightarrow CO = \sqrt{\frac{36}{25} + \frac{9}{25}} = \frac{3\sqrt5}{5}$

т. $O\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5}\right)$

AO

т. $A(0;0)$ $\Rightarrow AO = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

т. $O\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5}\right)$

③ подставим

$0{,}6 = \frac{2\sqrt{10}}{5} \cdot \frac{3\sqrt5}{5 \cdot 2} \cdot \sin\angle AOC$

$\frac{3\sqrt{50}}{25} \cdot \sin\angle AOC = 0{,}6$

$3\sqrt{50} \cdot \sin\angle AOC = 15$

$\sqrt{50} \cdot \sin\angle AOC = 5$

$\sin\angle AOC = \sqrt{\frac{25}{50}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\angle AOC = \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \sin\angle AOC = \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \angle AOC = 45°$

Ответ: 45°

(8) $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$ ОДЗ: $\sin x \geq \cos y$

возведём в квадрат.

$+\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$

1. $\sin x + \cos x = 1$

$C = \sqrt{2}$

$\sqrt{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right) = 1$

$\frac{\pi}{4} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ $\quad \frac{\pi}{4} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\ \ k \in \mathbb{Z}$

$x = 2\pi k$ $\qquad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k.$

2. если $x = 2\pi k$, то $\cos y = -1 \Rightarrow y = \pi + 2\pi k\ \ k \in \mathbb{Z}$ $\qquad \sin 2\pi k \geq \cos(\pi + 2\pi k)$

3. если $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, то $y = 2\pi k$ $\qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) \geq \cos 2\pi k.$

Ответ: $(2\pi k;\ \pi + 2\pi k)\ \ k \in \mathbb{Z}.$

$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k;\ 2\pi k\right)\ \ k \in \mathbb{Z}.$

(10) $(2a-6)\ x^2 + (32-10a)x - a - 3 < 0$ $\qquad a \in (2;4)$ $\qquad x - ?$

график функции парабола $\Rightarrow$ рассмотрим значения в крайних точках a.

$a = 2 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 > 0$ $\qquad a = 4 \Rightarrow x^2 - 4x - 6 < 0$

1. + 1 − 5 + x $\qquad$ 2. $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{10}$ $\quad 2-\sqrt{10}$ $\quad 2+\sqrt{10}$ x

$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

3. объединим множества. $x \in (2-\sqrt{10}; 1) \cup (5; 2+\sqrt{10})$

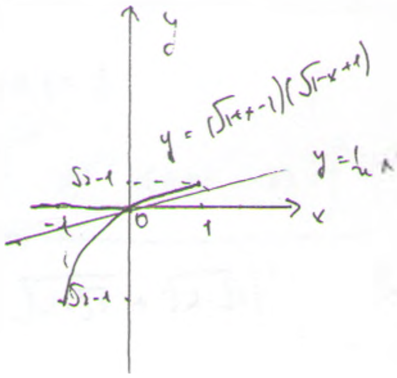
Ответ: $x \in (2-\sqrt{10}; 1) \cup (5; 2+\sqrt{10})$

4. $(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=\frac{1}{4}x$

ОДЗ: $x\in[-1;1]$.

1. можно заметить, что графики данных функций $\cap$ в т. $(0;0)$ $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ ~~при~~ $x=0$ является решением уравнения

$\frac{1}{4}x$ — ~~пересекается с графиком~~ пересекает график $y=(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)$ $\Rightarrow$ имеет 1 решение, в 1 точке.



т.к. производная $y=(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)>$ чем $y'(\frac{1}{4}x)'$ при $x\in[0;1]$.

аналогично при $x\in[-1;0]$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. они пересекаются в т. $(0;0)$ $\Rightarrow$ они не имеют больше общих точек.

Ответ: $x=0$.

5. $\operatorname{tg}15^\circ\cdot\operatorname{tg}25^\circ\cdot\operatorname{tg}35^\circ\cdot\operatorname{tg}85^\circ=1$

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\Rightarrow$ $\frac{\sin15^\circ\cdot\sin25^\circ\cdot\sin35^\circ\cdot\sin85^\circ}{\cos15^\circ\cdot\cos25^\circ\cdot\cos35^\circ\cdot\cos85^\circ}=1$

7. $\sqrt{6x^2-x^2-5}-\sqrt{x-2x}\geq\sqrt{8x-x^2-12}$

ОДЗ: $x\in[2;3,5]$ найдём, подставив граничные значения x

$x=2$ $\Rightarrow$ $\sqrt{3}-\sqrt{3}\geq0$

возведём в квадрат обе части, перенесём и упростим.

1. $2x^3-23x^2+32x-60\geq0$

функция нечётная $\Rightarrow$ найдём при каком x она равна 0.