



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31076

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	0	0	12	12	8	0	6	50	пятьдесят	



$$(ab)^c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31076

1. ~~B~~ $A \cdot 0,1 = B$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^4 + 2^2}{2+\sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2-\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 =$$

"4-3=1"

$$= \frac{3+1+4}{2+2 \cdot 1+2} \cdot 0,6 = \frac{8}{6} \cdot 0,6 = 8 \cdot 0,1 = 0,8$$

$$0,1A = B$$

$$0,1A = 0,8$$

$$A = 8$$

Ответ: 8

2. Пусть скорость ~~на~~ всех насосов U . Объемы первого танкера - S_1 , второго танкера S_2 , тогда

$$\begin{cases} \frac{S_1}{40} + \frac{1}{3} \cdot \frac{S_2}{40} = 11 \rightarrow \frac{S_1}{U} = \left(11 - \frac{S_2}{120}\right) \cdot 4 \quad \textcircled{1} \\ \frac{S_1}{30} + \frac{8}{15} \cdot \frac{S_2}{40} = 18 \rightarrow \frac{S_1}{U} = \left(18 - \frac{S_2}{40}\right) \cdot 3 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\left(11 - \frac{S_2}{120}\right) \cdot 4 = \left(18 - \frac{S_2}{40}\right) \cdot 3$$

$$44 - \frac{1}{3} \frac{S_2}{U} = 54 - \frac{3}{4} \frac{S_2}{U}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) \frac{S_2}{U} = 10$$

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{S_2}{U} = 10$$

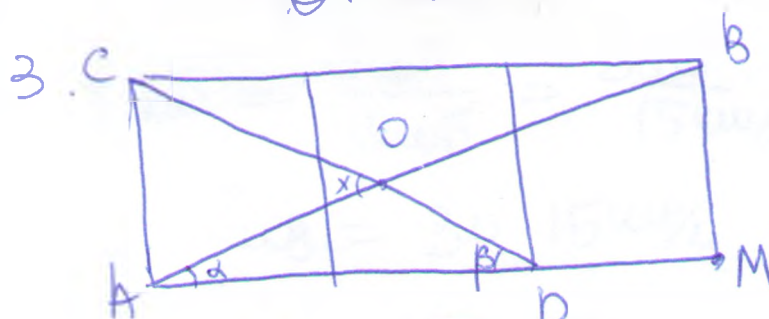
2 (продолж.)

$$\frac{S_2}{6} = \frac{10^2 \cdot 12}{5}$$

$$\frac{S_2}{6} = 24$$

$$t_{\text{использов}} = \frac{S_2}{30} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S_2}{6} = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8 \text{ часов}$$

Ответ: 8



Нужно найти x

$x = \alpha + \beta$, т.к. x - внешний угол в $\triangle AOB$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BM}{AM} = \frac{1}{3} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{CA}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 5} = 1$$

$\Downarrow$
 $x = \alpha + \beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$, т.к. мы знаем, что угол между
 прямыми острый $\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$

Ответ: 45°



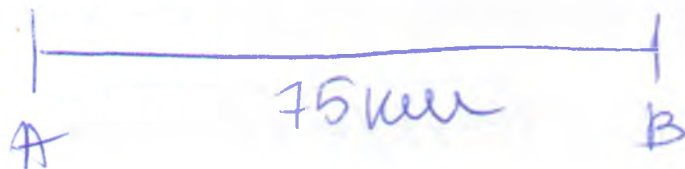
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 31076

6.



Мы найдем, что собака бежит все время, пока велосипед едет $\Rightarrow t_{\text{вел}} = t_{\text{соб}}$

$$t_{\text{вел}} = \frac{75 \text{ км} \cdot 4}{(12 + 13) \text{ км}} = \frac{75^3}{25} 4 = 3 \text{ ч} = t_{\text{соб}}$$

$$t_{\text{соб}} = \frac{S_{\text{соб}}}{v_{\text{соб}}} = \frac{S_{\text{соб}}}{15 \text{ км/ч}}$$

$$S_{\text{соб}} = 3 \text{ ч} \cdot 15 \text{ км/ч} = \boxed{45 \text{ км}}$$

Ответ: 45 км

$$7. \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{3x - x^2 - 12}$$

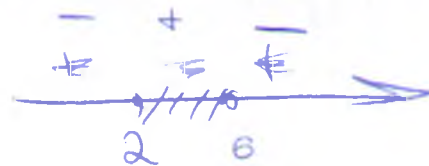
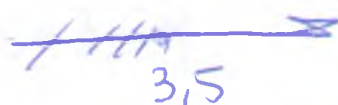
$$\sqrt{-(x-1)(x-5)} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{-(x-2)(x-6)}$$

ОДЗ:

$$-(x-1)(x-5) \geq 0$$

$$7-2x \geq 0$$

$$-(x-2)(x-6) \geq 0$$



$$x \in [2; 3,5]$$

Теперь возведем обе части в квадрат, так как обе части ^{неотриц.} неотрицательны ($\sqrt{a} \geq 0$, если $b \geq \sqrt{a} = b \geq 0$) не потеряем и не ^{меняется} знак неравенства

$$6x - x^2 - 5 - 2\sqrt{(x-1)(x-5)(2x-7)} + 7 - 2x \geq 8x - x^2 - 12$$

$$2\sqrt{(x-1)(x-5)(2x-7)} \leq -4x + 14$$

$$\sqrt{(x-1)(x-5)(2x-7)} \leq 7 - 2x$$

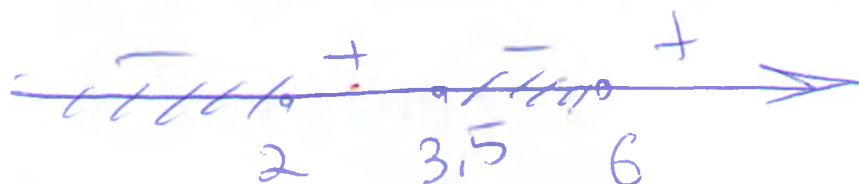
$$(x-1)(x-5)(2x-7) \leq (7-2x)^2$$

$$(x-1)(x-5)(2x-7) \leq (2x-7)^2$$

$$(2x-7)(x^2 - 6x + 5 - 2x + 7) \leq 0$$

$$(2x-7)(x^2 - 8x + 12) \leq 0$$

$$(2x-7)(x-2)(x-6) \leq 0$$



$(-\infty, 2] \cup [3,5; 6]$, но у нас есть ответ

$x \in [2; 3,5] \Rightarrow$ решение = ~~$\{2\} \cup \{3,5\}$~~

Ответ: $\{2\} \cup \{3,5\}$

снова возведем в квадрат обе части, но было изоменилось со сращением знак не меняется



$$8. \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\cos x + \sin x + \cancel{\cos y} - \cancel{\cos y} = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} (\sin x \cdot \cos 45^\circ + \cos x \cdot \sin 45^\circ) = 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \sin(x + 45^\circ) = 1$$

$$\sin(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cancel{x + 45^\circ} \quad x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \quad \rightarrow x = 2\pi n$$

$$\quad x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \quad \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\text{Ответ: } 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad \cancel{2\pi n + \frac{\pi}{2}}$$

$$10. (2a-6)x^2 + (32-10a)x - a-8 < 0$$

$$2 < a < 4$$

$$2ax^2 - 6x^2 + 32x - 10ax - a - 8 < 0$$

$$\underbrace{a(2x^2 - 10x - 1) - 6x^2 + 32x - 8}_{f(a)} < 0$$

мы можем заметить, что $f(a)$ - линейная функция

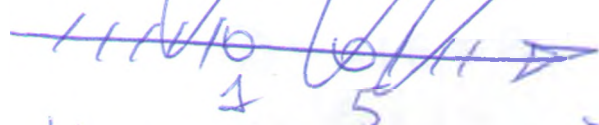
подставим $a = 2$

$$4x^2 - 20x - 2 - 6x^2 + 32x - 8 < 0$$

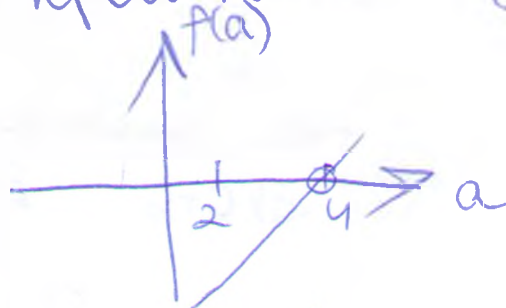
$$-2x^2 + 12x - 10 < 0$$

$$x^2 - 6x + 5 > 0$$

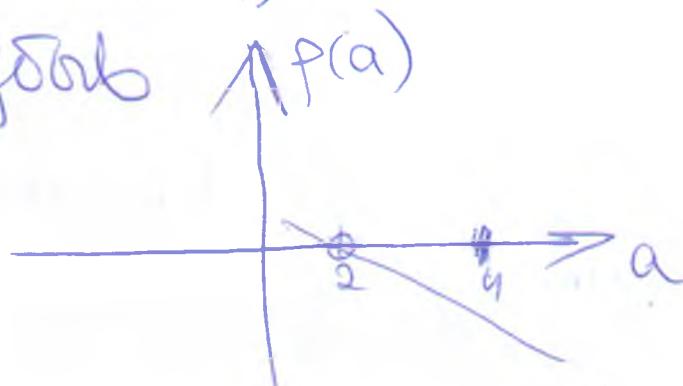
$$(x-1)(x-5) > 0$$



Нарисуем критичные случаи при $f(a)$ - возр



при $f(a)$ - убыв



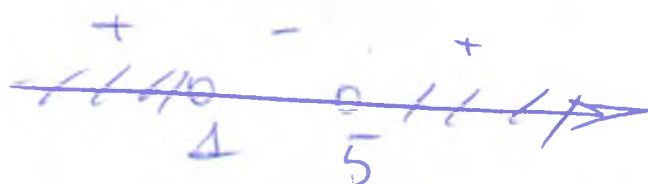
$$f(x) \text{ и } f(y) < 0$$

$$f(x) = 4x^2 - 20x - 2 - 6x^2 + 32x - 8 < 0$$

$$-2x^2 + 12x - 10 < 0$$

$$x^2 - 6x + 5 > 0$$

$$(x-1)(x-5) > 0$$



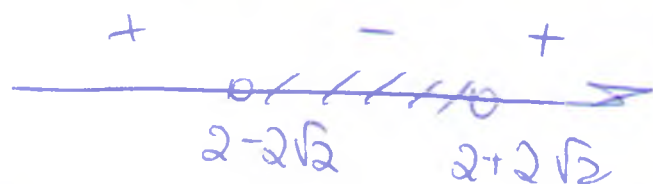
$$f(y) = 8x^2 - 40x - 4 - 6x^2 + 32x - 8 < 0$$

$$2x^2 - 8x - 12 < 0$$

$$x^2 - 4x - 6 < 0$$

$$D = 2 + 6 = 8$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$



$$f(x) \text{ и } f(y) < 0$$

$$x \in (2-2\sqrt{2}; 1)$$

$$\text{Ответ: } x \in (2-2\sqrt{2}; 1)$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

31076

$$5. \frac{\sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 85^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ} = 1$$

$$\& \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$