

ШИФР 31390

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	4	0	8	8	12	12	14	0	0	58	пятьдесят восемь	



№1.

$$B = 0,6 A.$$

$$A = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} \cdot \frac{475}{100} = \frac{8}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{4} = \frac{19}{16}$$

$$\Rightarrow B = \frac{3}{10} \cdot \frac{19}{4} = \frac{57}{80}$$

Ответ: $B = \frac{57}{80}$

№2.

пусть k - коэф. пропорциональности

$$\Rightarrow \begin{aligned} V(\text{новотех}) &= \frac{1}{3} k \\ V(\text{роснефть}) &= \frac{1}{2} k \\ V(\text{мукит}) &= \frac{1}{10} k \end{aligned} \quad \text{и} \quad V(\text{газпром}) = 0,3 \cdot \frac{1}{2} k = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{10} k = \frac{1,5}{10} k$$

$$V(\text{роснефть}) = 8 + \left(\frac{1}{5} k + \frac{1}{10} k + \frac{3k}{20} \right) = 8 + \frac{6k}{20} + \frac{3k}{20}$$

$$\text{т.е.} \Rightarrow \frac{1}{2} k = 8 + \frac{9k}{20}$$

$$\frac{1}{20} k = 8 \Rightarrow k = 160 \text{ км}^3.$$

Ответ: $\begin{cases} V(\text{новотех}) = 32 \text{ млрд. км}^3. \\ V(\text{роснефть}) = 80 \text{ млрд. км}^3. \\ V(\text{мукит}) = 16 \text{ млрд. км}^3. \\ V(\text{газпром}) = 24 \text{ млрд. км}^3. \end{cases}$

№3.

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1; \quad \text{важно ОДЗ:} \quad \begin{cases} x \geq 1; \\ x^3 - 3x + 1 \geq 0; \end{cases}$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x = x^2 = 0;$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x^2 - x - 1 = 0.$$

$$D = 1 + 4 = 5; \quad \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \text{ где } \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 1 \Rightarrow \notin \text{ОДЗ.}$$

$\Rightarrow$ Ответ: $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2};$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

31390

N5.

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha;$$

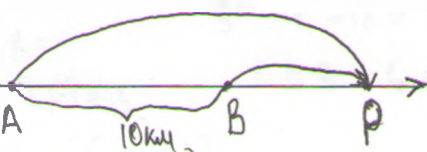
$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 - 3 \sin^4 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^4 \alpha;$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{-2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{-3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \frac{2}{3}$$

ч. м. г.

Дано:

$AB = 10 \text{ км.}$
 $v_1 = 3 \text{ км/ч.}$
 $v_2 = 5 \text{ км/ч.}$
 $S_{\text{общ}} = 12 \text{ км/ч.}$



N6. $AB = 10 \text{ км.}$

т.р. - место встречи.

A, B - 2-ой и 4-ый путешественники соответственно
пусть t - время, через которое они встретятся

1). за время t путешественник А пройдёт $S_2 = 5t$; а путеш. В пройдёт $S_1 = 3t$.

2). пройдёт $5t = 10 + 3t$.

$$2t = 10$$

$$t = 5 \text{ ч.}$$

3). $\Rightarrow S_{\text{общ}} = 5 \text{ ч.} \cdot 12 \text{ км/ч} = 60 \text{ км.}$

Ответ: $S_{\text{общ}} = 60 \text{ км.}$

N7.

$$\text{пусть } \begin{cases} a = 8x - x^2 - 7 \\ b = 11 - x \end{cases} \Rightarrow a - b = 9x - x^2 - 18$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} \geq \sqrt{a-b}, \text{ где } \begin{cases} a, b \geq 0; \\ a \geq b; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0; \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0; \end{cases} \quad x \in [3; 6]$$

$$\text{или } \begin{cases} \sqrt{a} \geq \sqrt{b} > 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} \end{cases} \Rightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq a - b$$

$$-2\sqrt{ab} \geq -2b$$

$$\sqrt{ab} \leq b$$

$$ab \leq b^2$$

(т.к. $b \geq 0, ab \geq 0$);

$$\Rightarrow b(a-b) \leq 0$$

но $(a-b) \geq 0 \Rightarrow b \leq 0$, но $b \geq 0$. продолжение на листе N°3.

$$\begin{cases} \begin{array}{c} - & + & - \\ | & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} - & + & - \\ | & 3 & 6 \end{array} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [1; 2]; \\ x \in [3; 6]; \end{cases} \quad \text{②}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$u = \frac{c}{n}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

31390

если $\sqrt{a} - \sqrt{b} < 0$

$\Rightarrow a < b$, что невозможно по ОДЗ.

$\Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$

$$a - 2\sqrt{ab} + b = a - b$$

$$\sqrt{ab} = b$$

$$ab = b^2$$

$$b(a-b) = 0$$

$$b = 0 \vee a = b.$$

$$11 - x =$$

$$x = 11 \notin \text{ОДЗ.}$$

$$9x - x^2 - 18 = 0$$

$$x = 3; 6 \in \text{ОДЗ.}$$

Ответ: $\{3; 6\}$.

N 8.

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y; \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \pi k; \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k; \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y; \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\cos^2 x = \sin x \cdot \sin y; \\ -\sin^2 x = \cos x \cdot \cos y; \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\sin x \cdot \sin y - \cos x \cdot \cos y = 1$$

$$\sin x \cdot \sin y + \cos x \cdot \cos y = 1$$

$\Rightarrow \cancel{\sin} \cos(x-y) - \cancel{\cos}(x+y) + \cos(x-y) + \cancel{\cos}(x+y) = -2$

$$\cos(x-y) = -1$$

т.е. $x - y = \pi + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}.$

$$\Rightarrow x = y + \pi + 2\pi k;$$

$\Rightarrow \sin(y + \pi + 2\pi k) - \frac{1}{\sin(y + \pi + 2\pi k)} = \sin y$

$$-\sin y + \frac{1}{\sin y} = \sin y$$

$$2\sin^2 y = 1 \Rightarrow \sin^2 y = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} y = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \\ y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \end{cases}$$

$$\vee \begin{cases} y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \\ y = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; \end{cases}$$

(продолжение на листе
N° 4).

3



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

31 390

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + 4\pi k; \\ y = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \\ x = \frac{7\pi}{4} + 4\pi k; \\ y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \\ x = \frac{3\pi}{4} + 4\pi k; \\ y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \\ x = \frac{9\pi}{4} + 4\pi k; \\ y = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

N10.

$$(4-2a)x^2 + (13a-27)x + (33-13a) > 0$$

$$D = (13a-27)^2 - 4(4-2a)(33-13a);$$

$$x_{1,2} = ?$$

подставим a , и получим двойное неравенство.