


$$E=mc^2$$
$$E=mc^2$$


ШИФР

14227

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

[illegible]

Фамилия	С	У	Ю	Н	А	Д	У	К	О	В										
Имя	И	С	Л	А	М															
Отчество	С	А	П	А	В	А	Т	О	В	И	Ч									

[illegible]

Номер варианта	5	
----------------	---	--

$c=a(bc)$

$E=mc^2$



ШИФР

14227

Класс 10 Вариант 5 Дата Олимпиады 11.02.17

Площадка написания УГНТУ

Шестьдесят

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	5	10	0	0	55	шестьдесят	
								15			60	пять	

1. $|x+1|/|x+3|/|x+5|-x/|x^2-9|=0$
 $x+3|/|x+1|/|x+5|-x/|x-3|/|=0$
 $x=-3$ или $x^2+5x+x+5-x^2+3x=0$
 $9x+5=0$
 $x=-\frac{5}{9}$

Ответ: $-3; -\frac{5}{9}$.

2. $\sqrt{22-x}-\sqrt{10-x}=2$
 $(\sqrt{22-x})^2=(2+\sqrt{10-x})^2$
 $22-x=4+4\sqrt{10-x}+10-x$
 $8=4\sqrt{10-x}$
 $2^2=(\sqrt{10-x})^2$
 $10-x=4$
 $x=6$. Ответ: 6.

3. $\frac{x^2+2}{x^2-1} < -2$

ОДЗ: $x \neq \pm 1$

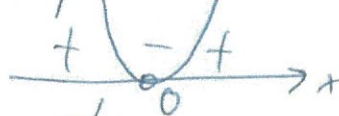
$\frac{x^2+2}{x^2-1} + \frac{2x^2-2}{x^2-1} < 0$

$\frac{3x^2+2-2}{x^2-1} < 0$

$3x^2 < 0$

Не имеет решений т.к.
квадрат не может быть
отрицательным.

и. ф. $x=0$ $x=0$



$\frac{3x^2}{x^2-1} < 0$



Ответ: $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

14 227

4. $\lg|x-13| + 3\lg 2 = \lg|3x+1|$

ОДЗ: $\begin{cases} x-13 > 0 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 13 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases}$

$x \in (13; +\infty)$

$\lg|x-13| - \lg|3x+1| = -3\lg 2$

$\lg\left|\frac{x-13}{3x+1}\right| = \lg 2^{-3}$

т.к. основания одинаковые,

то $\frac{x-13}{3x+1} = \frac{1}{8}$

$8x - 104 = 3x + 1$

$5x = 105$

$x = 21$ (удовлетв. усл. ОДЗ)

Ответ: 21.

6. Возьмем I кортис за x человек, тогда во II кортисе: $x-4$; в III: $x+3$. Составим уравнение:

$x + x - 4 + x + 3 = 119$

$3x = 120$

$x = 40$ (чел) в I кортисе

II кортис: $40 - 4 = 36$ чел

III кортис: $40 + 3 = 43$ чел.

Ответ: 40; 36; 43 чел.

(I к.; II к.; III к.)

5. $5^{2x+1} > 5^x + 4$ Пусть $5^x = y$

$5y^2 - 8y - 4 > 0$

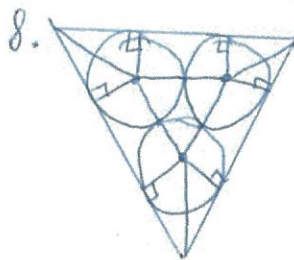
н.ф. $D = 1 + 80 = 81$

$y_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{10} = \begin{cases} -0,8 \\ 1 \end{cases}$

$y \in (-\infty; -0,8) \cup (1; +\infty)$

$\begin{cases} y < -0,8 \\ y > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x < -0,8 \\ 5^x > 5^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \emptyset \\ x > 0 \end{cases}$

Ответ: $x > 0$. $\oplus 10$



Дано: 3 окр.

Содержат радиусы

$S_{\Delta} = 4\sqrt{3} + 6 \text{ см}^2$

Найти: радиус окружностей

Решение:

Проведем радиусы к т. касания всех окружностей: 4 т. касания. Соприкасающиеся окружности образуют прямую равную 2г. т.е. В середине каждой прямойный треугольник. от вершин от маленького Δ до вершин большого Δ проведем прямые.

Расположим 3 точки так, чтобы они касались друг друга в 2-х точках и проведем Δ , чтобы все стороны касались окружностей

Продолжение $\rightarrow$

Радиус, проведенный в т. касания перпендикулярен к касательной. $\Rightarrow$ в $\triangle B\Delta$ (большой Δ) есть 3 угла и их площади:

$S_{\text{вн}} = 2r^2$. Рассмотрим внутренний треугольник: высота равна $r\sqrt{3}$ (По Т. Пиф.) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{\text{вн}} = \frac{1}{2} \cdot r\sqrt{3} \cdot 2r = r^2\sqrt{3}$$

Осталось найти $S_{\text{вн}}$ в-ти треугольников. Угол при вершине $= 60^\circ$, т.к. треугольники равные. То их острый угол $= 30^\circ$. Отсюда угол $(180^\circ - 30^\circ - 90^\circ) = 60^\circ$ найдём большой катет: $\tan 60^\circ = \frac{a}{r}$

$$a = r\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{r\sqrt{3} \cdot r}{2} = \frac{r^2\sqrt{3}}{2}$$

Теперь суммируем площади всех фигур:

$$6S_{\Delta} + S_{\text{вн}} + 3S_{\text{вн}} = S_{\text{вн}}$$

$$3r^2\sqrt{3} + r^2\sqrt{3} + 6r^2 = 4\sqrt{3} + 6$$

$$4r^2\sqrt{3} + 6r^2 = 4\sqrt{3} + 6$$

$$r^2(4\sqrt{3} + 6) = 4\sqrt{3} + 6$$

$$r^2 = 1 \Rightarrow r = 1 \text{ (или } -1 \text{)}$$

Ответ: 1 кв. ⊕

$$g. \begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4} \\ \tan x \cdot \tan y = 3 \end{cases} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$$

$$\sin x = \frac{3}{4\sin y} \quad \text{подставим:}$$

$$\frac{\frac{3}{4\sin y}}{1 - \frac{9}{16\sin^2 y}} \cdot \tan y = 3$$

$$\frac{3}{4\sin y} \cdot \frac{4 + 16\sin^2 y}{16\sin^2 y - 9} \cdot \frac{\sin y}{1 - \sin^2 y} = 3$$

$$\frac{12\sin^3 y}{16\sin^2 y - 9} = 3 \sin y \quad | 16\sin^2 y - 16\sin^2 y - 9$$

$$12\sin^3 y = 48\sin^3 y - 27\sin y + 27\sin^3 y$$

$$48\sin^3 y - 63\sin^3 y + 27\sin y = 0$$

$$\sin y (48\sin^2 y - 63\sin^2 y + 27) = 0$$

$$\sin y = 0 \quad 48\sin^2 y - 63\sin^2 y + 27 = 0$$

$$y = 0 \quad 16\sin^2 y - 21\sin^2 y + 9 = 0$$

$$y = \pi \quad D = 2(16 - 576) = -135$$

$$\text{т.к. } \sin x \cdot 0 \neq \frac{3}{4} \Rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow \emptyset$$

Ответ: нет решений.

подставим вместо $\tan x$ и $\tan y$

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4} \\ \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} \cdot \frac{\sin y}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = 3 \end{cases}$$

$$\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} \cdot \frac{\sin y}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = 3$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

14227

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 y} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\sin^2 x} = \sqrt{\sin^2 y}$$

$$1 - \sin^2 y = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 y = \sin^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\sin y = \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = x = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right).$$

$$10. \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} =$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}})^3}{\sqrt[3]{(9 + \sqrt{80})^3} - \sqrt[3]{(9 + \sqrt{80})(9 - \sqrt{80})} + \sqrt[3]{(9 - \sqrt{80})^3}}$$

$$= \frac{9 + 9}{\sqrt[3]{(9 + \sqrt{80})^3} - 2 \cdot \sqrt[3]{(9 + \sqrt{80})(9 - \sqrt{80})} + \sqrt[3]{(9 - \sqrt{80})^3} + 1}$$

$$= \frac{18}{(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} - \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}})^2 + 1} \approx 2,61.$$

$$\text{Ответ: } 2,61.$$

$$7. \text{ Сумма бесконечной геометрической прогрессии: } S = \frac{a_1}{1 - q}.$$

$$\text{Введём данные } 3 = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$\text{Сумма квадратов ее членов: } a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + \dots + a_n^2.$$

$$b_1 = a_1^2$$

$$b_2 = a_2^2 = (a_1 \cdot q)^2 = a_1^2 \cdot q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 - \text{знаменатель.}$$

$$4,5 = \frac{a_1^2}{1 - q^2} = \frac{a_1^2}{(1 - q)(1 + q)}$$

$$3 = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$1 - q = \frac{a_1^2}{4,5(1 + q)}$$

$$1 - q = \frac{a_1}{3}$$

$$\frac{a_1}{3} = \frac{a_1^2}{4,5(1 + q)}$$

$$q = 1 - \frac{a_1}{3}$$

$$a_1 = 1,5(1 + q) = 1,5\left(1 + 1 - \frac{a_1}{3}\right)$$

$$a_1 = 3 - \frac{a_1}{2} \quad \frac{3a_1}{2} = 3 \quad a_1 = 2 \quad \text{Ответ: } 1,5.$$