

**ШИФР** 15703

 Класс 11

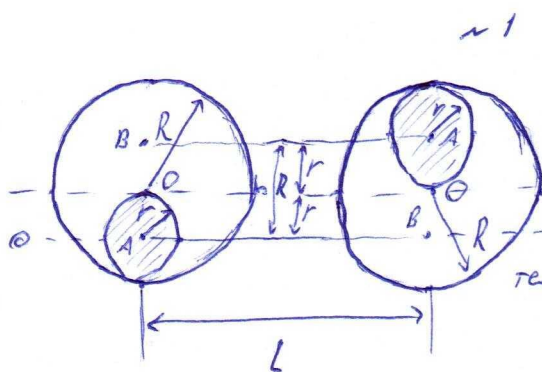
 Вариант 1

 Дата Олимпиады 03.03.2018

 Площадка написания МГТУ им. Н.Э.Баумана

| Задача | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | $\Sigma$ |                      | Подпись |
|--------|----|----|----|----|---|----|----------|----------------------|---------|
|        |    |    |    |    |   |    | Цифрой   | Прописью             |         |
| Оценка | 45 | 55 | 35 | 35 | 0 | 45 | 19       | Десятигудая<br>Самов | Буб     |

$R$   
 $m$   
 $r = \frac{1}{2} R$   
 $n = 3$   
 $\rho_2 = n \rho_1$   
 $L = \pi R$   
 $A = ?$



1) Оба тела ( $R$  и  $r$ ) однородные

Рассмотрим начальное тело как 2 отдельных:

- половина цилиндра с отверстием с другим веществом (тело А)
- половина цилиндра, оставшаяся целой (тело В)

т.к. все тела однородные, их можно рассмотреть как материальные точки в центрах масс.

2) Т.к. тело переместилось перекатом на расстояние  $\pi R$ , то все ~~тела~~ составляющие его тела перевернулись симметрично горизонтально.

Пусть  $m'$  - масса залитого элемента, тогда

$$A = E_2 - E_1 \quad (ЗСЭ)$$

$$E_1 = m_{\text{половины}} g R$$

$$E_2 = m_2^{\text{тело}} g R + m_{\text{ост}} g R \quad (\text{где } m_2 - \text{тело, заполнившее отверстие})$$

3)  $m = \rho V$   
рассмотрим начальное тело (пусть  $h$  - высота цилиндра)

$$\left. \begin{aligned} m &= \rho_1 V_1 \\ V_1 &= \pi R^2 \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{m}{\pi R^2 h}$$

Рассмотрим тело А

$$m_{\text{ост}} = \rho_1 V_{\text{ост}}$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{ост}} &= V_1 - \frac{1}{2} V_1 - V_2 \\ V_{\text{ост}} &= \pi R^2 h - \frac{1}{2} \pi R^2 h - \pi \frac{R^2}{4} h = \frac{\pi R^2 h}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{\text{ост}} = \frac{\pi R^2 h \cdot m}{4 \cdot \pi R^2 h} = \frac{m}{4}$$

Рассмотрим тело, заполнившее отверстие

$$\left. \begin{aligned} m_2^{\text{тело}} &= \rho_2 V_2 = n \rho_1 V_2 \\ V_2 &= \frac{\pi R^2 h}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_2 = \frac{n \cdot m}{\pi R^2 h \cdot 4} = \frac{n m}{4}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15703

(~1 - продолжение)

$$4) E_1 = \frac{1}{2} m g R$$

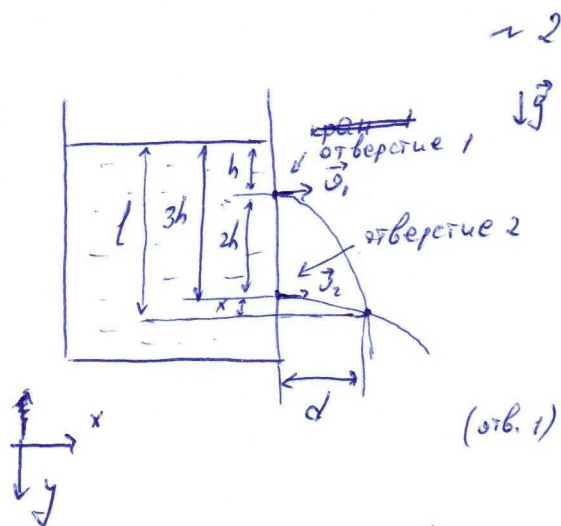
$$E_2 = \frac{nm}{4} g R + \frac{m}{4} g R$$

$$A = E_2 - E_1 = \frac{nm}{4} g R + \frac{m}{4} g R - \frac{1}{2} m g R \quad (n=3 \text{ - по условию})$$

$$A = \frac{mgR}{4} (3+1-2) = \frac{2mgR}{4} \Rightarrow \boxed{A = \frac{mgR}{2}}$$

Ответ:  $\frac{mgR}{2}$  ⊖

$$\frac{h}{l-?}$$



~2

1) ЗСЭ:

$$(\text{отв. 1}) \quad m_1 g h = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$$

$$(\text{отв. 2}) \quad m_2 g \cdot 3h = \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{6gh}$$

2)  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$$(\text{отв. 1}) \quad \text{OX: } v_{1x} = v_1 + 0 \cdot t \Rightarrow v_{1x} = v_1 \Rightarrow v_{1x} = \text{const} = v_1$$

$$\text{аналогично } v_{2x} = v_2 = \text{const}$$

$$s_x = v_x t$$

$$s_x = d$$

$$\begin{cases} d = v_1 t_1 \\ d = v_2 t_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} = 1 \Rightarrow v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow \sqrt{2gh} t_1 = \sqrt{6gh} t_2 \Rightarrow t_1^2 = 3 t_2^2$$

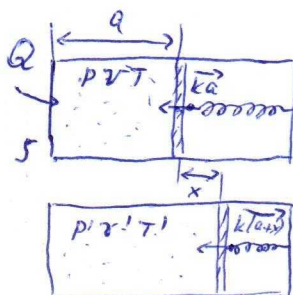
$$3) \vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{OX: } & 2h+x = \frac{g t_1^2}{2} \\ \text{OY: } & x = \frac{g t_2^2}{2} \end{aligned} \Rightarrow \frac{2h+x}{x} = \frac{\frac{g t_1^2}{2}}{\frac{g t_2^2}{2}} \Rightarrow \frac{2h+x}{x} = \frac{3 t_2^2}{t_2^2} \Rightarrow 2h+x = 3x \Rightarrow 2h = 2x \Rightarrow x = h$$

$$4) l = 3h + x = 3h + h \Rightarrow \boxed{l = 4h}$$

Ответ:  $4h$  ⊕

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \text{ м/с} \\ v_2 &= 3 \text{ м/с} \\ C &= ? \end{aligned}$$



~3

1) Пусть  $S$  - площадь основания цилиндра  
 $a$  - начальная деформация пружины  
 $Q$  - кол-во подведенной теплоты  
 $x$  - деформация пружины за счет





(~ 3 - продолжение)

$$2) C = \frac{Q}{\Delta T}$$

$$3) P = P_1 + P_2 \quad (3\text{-й закон Дальтона})$$

$$\begin{cases} P_1 V = \nu_1 R T \\ P_2 V = \nu_2 R T \end{cases} \quad (3\text{-й закон Менделеева - Клапейрона})$$

$$(P_1 + P_2) V = (\nu_1 + \nu_2) R T$$

$$P V = (\nu_1 + \nu_2) R T$$

(аналогично)

$$P' V' = (\nu_1 + \nu_2) R T'$$

$$P' V' - P V = (\nu_1 + \nu_2) R (T' - T) \Rightarrow T' - T = \frac{P' V' - P V}{(\nu_1 + \nu_2) R} \Rightarrow \Delta T = \frac{P' V' - P V}{(\nu_1 + \nu_2) R}$$

$$4) P_{газа} = P_{пружинки}, \text{ тогда}$$

$$P = P_{пружинки 1} = \frac{F_{упр1}}{S} = \frac{kx}{S}$$

$$; V = a \cdot s$$

$$P' = P_{пруж2} = \frac{F_{упр2}}{S} = \frac{k(a+x)}{S}$$

$$; V' = (a+x) \cdot s$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P' V' = \frac{k(a+x)}{S} (a+x)s = k(a+x)^2 \\ P V = \frac{kx}{S} a s = k a^2 \end{cases}$$

$$P' V' - P V = k((a+x)^2 - a^2) =$$

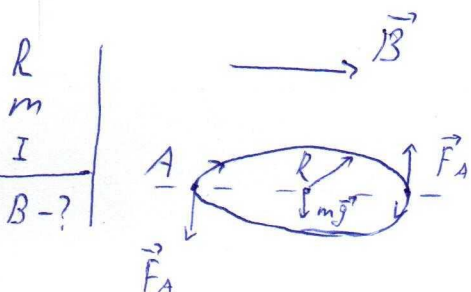
$$= k(a+x-a)(a+x+a) = kx(2a+x)$$

$$5) \Delta T = \frac{kx(2a+x)}{(\nu_1 + \nu_2) R}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{Q(\nu_1 + \nu_2) R}{kx(2a+x)} \quad - \text{подставим } \nu_1 \text{ и } \nu_2$$

$$C = \frac{5QR}{kx(2a+x)}$$

Ответ:  $\frac{5QR}{kx(2a+x)}$



~ 4

$$1) F_A = I B l \sin \alpha, \text{ где } \alpha = 90^\circ, \text{ т.к. } \vec{B} \text{ перпендикулярен напр. тока } I$$

$$\text{т.е. } F_A = I B l$$

$$2) \sum M_0(F) = 0 \quad (\text{II условие равновесия})$$

т.к. кольцо только нагибается (прогибается), рассматривать можно только одну половину кольца.

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



(ч4 - продолжение)

$$M(A) = F_A \cdot 2R - mgR = 0 \Rightarrow 2F_A = mg$$

$$2IBl = mg$$

$$B = \frac{mg}{2Il}, \text{ но } l = 2\pi R \text{ (длина экр.)}$$

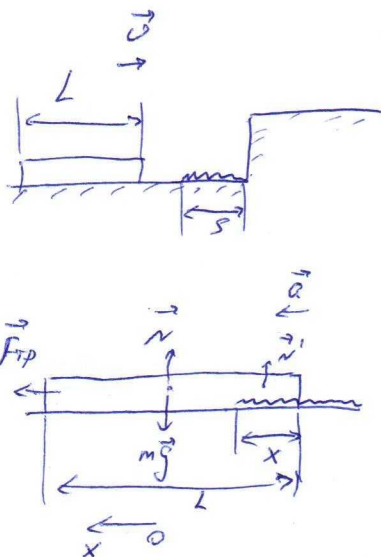
$$B = \frac{mg}{4\pi RI} \quad \text{Ответ: } \frac{mg}{4\pi RI}$$

35

⊖

~ 6

$$\begin{aligned} \varnothing &= 1 \text{ м/с} \\ L &= 1,5 \text{ м} \\ \mu &= 0,15 \\ S &= 0,5 \text{ м} \\ g &= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \\ t &= ? \end{aligned}$$



$$1) \quad \Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{и 3-й Ньютона})$$

$$\begin{cases} F_{тр} = ma \\ N - mg = 0 \end{cases}$$

$$F_{тр} = \mu N', \text{ где } N' = N \frac{x}{L} \Rightarrow$$

$$N = mg$$

$$\Rightarrow F_{тр} = \mu mg \frac{x}{L}$$

примем  $\vec{x} \uparrow \vec{a}$ , тогда

$$\begin{cases} \mu mg \frac{x}{L} = -ma \\ x''(t) = a \end{cases}$$

$$x''(t) + \frac{\mu g}{L} x = 0 \quad \text{— дифференц. ур-е колебательных движений} \Rightarrow (\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}})$$

$\Rightarrow$  брусок движется согласно колеб. 3-му, примем  $A = L$

$$x = A \sin \omega t$$

$$S = L \sin\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t\right) \Rightarrow \frac{S}{L} = \sin\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{\mu g}{L}} t = \arcsin \frac{S}{L}$$

$$t = \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \arcsin \frac{S}{L} = \sqrt{\frac{1,5}{0,15 \cdot 10}} \arcsin \frac{0,5}{1,5} = \arcsin \frac{1}{3} \approx 0,34 \text{ с}$$

$$\text{Ответ: } 0,34 \text{ с}$$

⊖