**ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 32022

**Класс** 11 **Вариант** 2 **Дата Олимпиады** 03.03.18

**Площадка написания** МГТУ им. Баумана

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ Цифрой | Σ Прописью | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Оценка | 4б | 3б | 5б | 4б | 5б | 4б | 25 | Двадцать пять баллов | Буб |

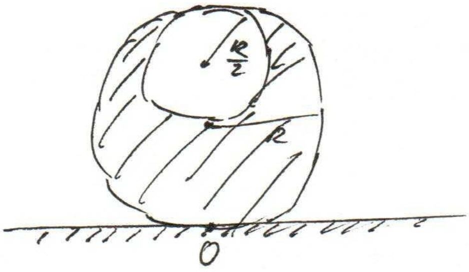
4б

№1 Дано:

$R, m, L = 1{,}5\pi R$

$A - ?$

Решение:



1) Найдём центр масс цилиндра:

(Отн. т. O):

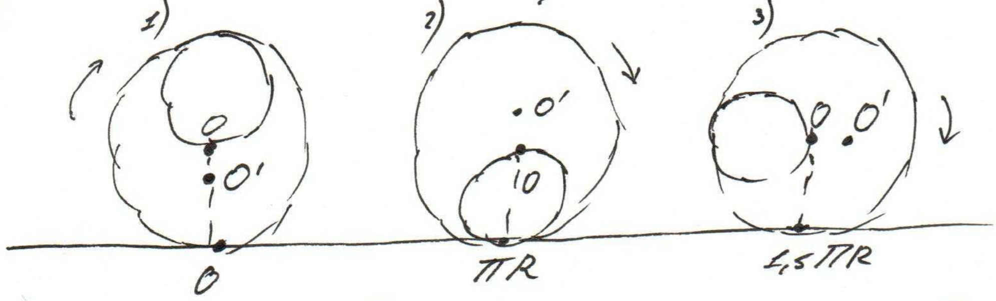
$$r_{цм} = \frac{mR - \frac{1}{4}\cdot 1{,}5R\cdot m}{\frac{3}{4}m} = \frac{R(1-0{,}375)}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{6}R$$

Вырезанная часть:

$$\frac{m}{m_1} = \frac{\pi R^2}{\frac{\pi R^2}{4}}$$

$$m_1 = \frac{1}{4}m$$

2)



O - центр цилиндра

O' - центр масс.

Для того, чтобы цилиндр перекатить на $L = \pi R$ необходимо, чтобы O' поднялся на $2R - \frac{5}{6}R$, а дальше работу по перемещению цилиндра будет выполнять F тяжести, тогда $A_{min} = E_{п2} - E_{п1} =$

$$= \frac{3}{4}mg\cdot h_2 - \frac{3}{4}mgh_1 = \frac{3}{4}mg\left(2R - \frac{5}{6}R - \frac{5}{6}R\right) =$$

$$= \frac{3}{4}mg\cdot\frac{1}{3}R = \frac{mgR}{4};$$

$$A_{min} = \frac{mgR}{4}$$

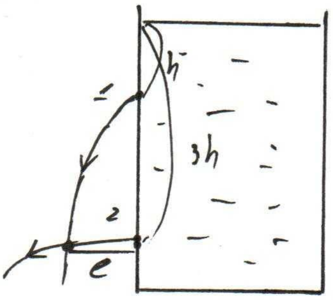
Ответ: $\frac{mgR}{4}$

№2 Дано:
$h$, $3h$

---

$l$ – ?

Решение:



3Б

Давления на
- отметке $h$ : $P_1 = \rho g h$
- отметке $3h$ : $P_2 = 3\rho g h$

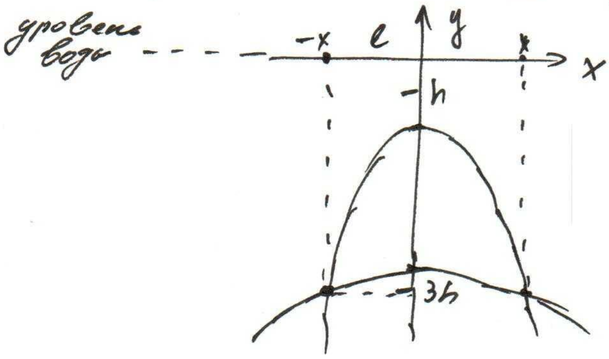
⇓

Скорости струй воды на этих отметках отличаются в 3 раза

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{1}{3}$$

Поскольку струи движутся в гравитационном поле земли, то их траектории представляют собой ветви параболы, причём у траектории 2 $a_2 = \frac{1}{3}a_1$

$V_1 t_2 = V_2 t_2$ - ?



$$-ax^2 - h = -\frac{1}{3}ax^2 - 3h.$$

$$\cancel{8}h = \frac{\cancel{8}}{3}ax^2$$

$$3h = ax^2$$

$$x \equiv l$$

По ЗСЭ $E_k = E_п$

$v_{01} = \sqrt{2gh}$ $\frac{mv^2}{2} = mgh$

$v = \sqrt{2gh}$

по т. Пифагора

$v_y = v_0 + gt$ $v = \sqrt{2gh + g^2t^2}$

$a = \frac{g}{2}$

$$3h = \frac{\cancel{g}}{2}x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{6h}{10}};$$

$$x = \sqrt{\frac{3h}{5}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{3h}{5}}$;

№3 Дано:

$V_1 = 4$ л $p_1 = 10^6$ Па

$n = 3$

---

$\begin{cases} A - ? \\ V \text{ увел в } n \end{cases}$

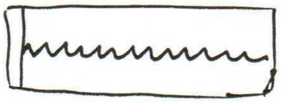
Решение:

55

I

Без. газа:

1)

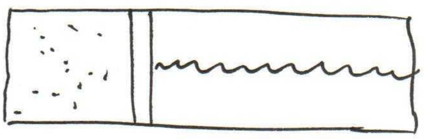


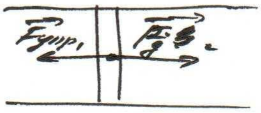
пружина недеформирована

С газом

$V_1 = 4$ л $p_1 = 10^6$ Па.

2)



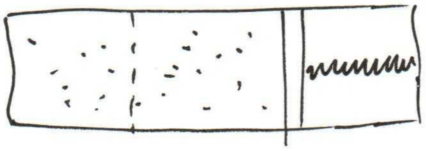


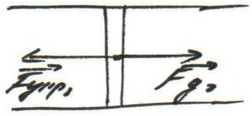
$p = \frac{F_д}{S}$

$F_{д_1} = F_{упр_1}$ $\sum \vec{F_i} = \vec{0}$

$p_1 \cdot S = k \cdot x_1$

3) $V_2 = V_1 \cdot 3$





$\sum \vec{F_i} = \vec{0}$

$F_{упр_2} = F_{д_2}$

$p_2 \cdot S = k x_2$

Изменяется объём

S сечения цилиндра

не изменяется

$\Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{n} = \frac{1}{3}$

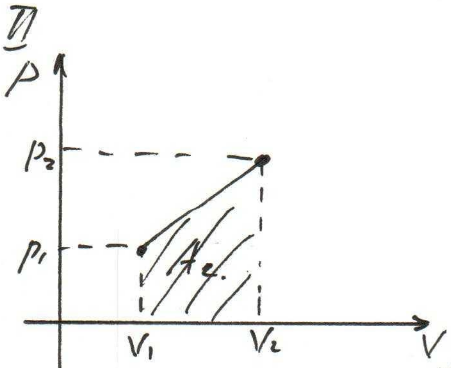
$S = const$ $k = const$

$\frac{p_1 \cancel{S}}{p_2 \cancel{S}} = \frac{\cancel{k} x_1}{\cancel{k} x_2} = \frac{1}{n} = \frac{1}{3}$

$p_2 = 3p_1$ ; $p_2 = 3 \cdot 10^6$ Па.

$V_2 = 3V_1$ ; $V_2 = 12$ л.

II



$A_{газа} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = S$ фигуры под графиком ;

$A_{газа} = \Delta V_{12} \frac{(p_1 + p_2)}{2}$ ; $A_{газа} = (12-4) \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \frac{(3+1)}{2} =$

$= 8 \cdot 2 \cdot 10^3 = 16 \cdot 10^3$ Дж

Ответ: 16 кДж

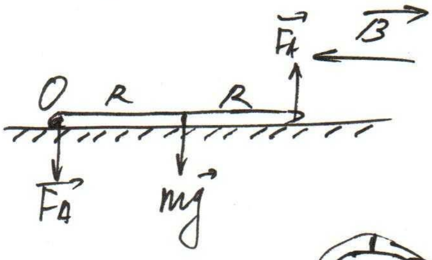
+

№4 Дано:
$R$, ~~$m$~~, $I$, $B$

$m - ?$

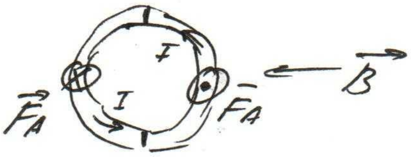
Решение:

0б



$$\begin{cases} F_A = I[\vec{B},\vec{\ell}] = IB\ell\sin\alpha \\ \Sigma\vec{M_i} = 0 \end{cases}$$

$\alpha = 90°$
$\Downarrow$
$\sin\alpha = 1.$



отн. точки O:

$0 = -mgR + 2F_A \cdot R$

$A_{мех} = A_{магн. поля}$

$mgR = 2F_A \cdot R.$ $\qquad \ell = \frac{1}{2}\cdot\pi d = \pi R.$

$mg\cancel{R} = 2\cdot I\cdot B\cdot \ell\cdot\cancel{R}$

$mg = 2\cdot IB\cdot\pi R.$

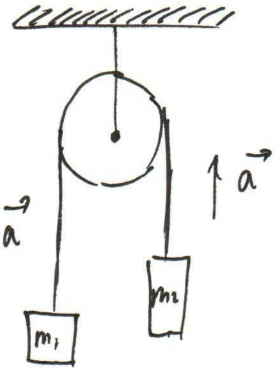
$m = \frac{2IB\pi R}{g}$; Ответ: $\frac{2IB\pi R}{g}$ ⊖

№5 Дано:
$m_1, m_2$
$m_1 > m_2$
$m_0$

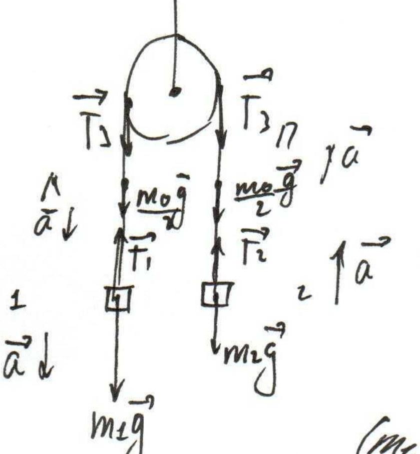
$a_{вер} - ?$

Решение:

5б



Когда длины верёвок симметричны:
слева: $\frac{m_0}{2}$ справа $\frac{m_0}{2}.$
Вся система движется с одинаковым ускорением.



$\Sigma\vec{F_i} = m\vec{a}$

груз 1:
$$+\begin{cases} m_1 g - T_1 = m_1 a \\ \text{груз 2:} \\ T_2 - m_2 g = m_2 a. \end{cases}$$

нить л:
$$+\begin{cases} -T_3 + T_1 + \frac{m_0 g}{2} = \frac{m_0 a}{2} \\ \text{нить п:} \\ T_3 - T_2 - \frac{m_0 g}{2} = \frac{m_0 a}{2} \end{cases}$$

$T_1 - T_2 = m_0 a.$

$m_1 g - (T_1 - T_2) - m_2 g = (m_1+m_2)a$

$(m_1 - m_2)g - m_0 a = (m_1+m_2)a$; $a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_0+m_1+m_2}$;

Ответ: $\frac{(m_1-m_2)g}{m_0+m_1+m_2}$ ⊕

**ШИФР** 32022

№6 Дано:

$L = 1{,}5$ м.

$\mu = 0{,}15$

$S = 0{,}5$ м

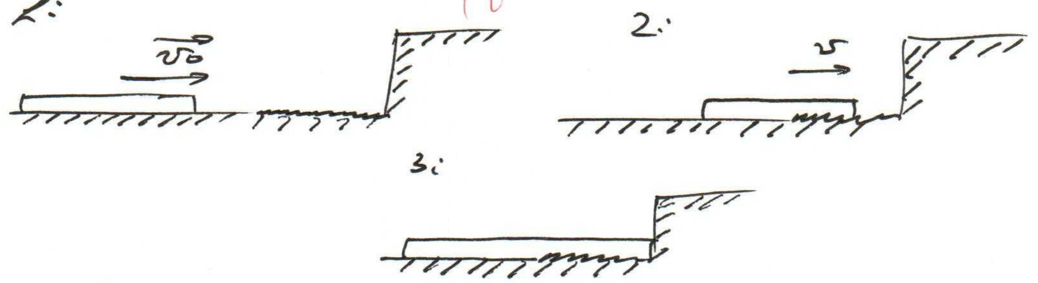
$\tau = 0{,}74$ с

$g = 10$ м/с²

$v_0 - ?$

Решение:

4б



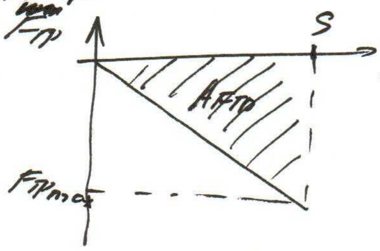
I Сила трения переменная => переменное ускорение

По ЗСЭ:

$$\underbrace{\frac{mv_0^2}{2}}_{E_{k1}} = A_{F\text{тр}} + \underbrace{\frac{mv_1^2}{2}}_{E_{k2}}$$ ← скорость перед ударом.

После А.Н.У.У вся $E_{k2}$ переходит в И.

II $A_{F\text{тр}}$:



$$F_{\text{тр}} = \frac{m}{L}\cdot x\cdot\mu\cdot g$$

$$F_{\text{тр}\max} = \frac{mS}{L}\mu g$$

$$A_{F\text{тр}} = \frac{mS^2\mu g}{L}$$

$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \frac{\cancel{m}S^2\mu g}{L} + \frac{\cancel{m}v_1^2}{2}$$

$$v_0^2 - v_1^2 = \frac{2S^2\mu g}{L}$$

$$v_0^2(1 - \cancel{x}\cdot\cos\omega t) = \frac{2S^2\mu g}{L}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2S^2\cdot\mu g}{L - L\cancel{x}\cos\omega t}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu\cdot g}{L}}\ ;\ \omega = 1$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}5^2\cdot 0{,}15\cdot 10}{1{,}5 - 1{,}5\cdot\cancel{x}\cdot\cos(0{,}74)}} \approx 1{,}4\ \text{м/с}$$

III $\sum\vec{F_i} = m\vec{a}$

$$ma(t) = \frac{-m}{L}x(t)\cdot\mu\cdot g$$

$$m\ddot{x} + \frac{mx\mu g}{L} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{\mu g}{L}\cdot x = 0$$

Удовл. ур. гармонич. колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}}$$

$$x(t) = x_0\cdot\sin\omega t$$ диффер.

$$v(t) = v_0\,\cancel{\omega}\cdot\cos\omega t$$

$$v_1 = v_0\cdot\cancel{\omega}\cdot\cos\omega t$$

Ответ: 1,4 м/с.