

Класс 11 Вариант 1 Дата Олимпиады 3.03.18

 Площадка написания МГТУ им Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	45	55	55	55	55	55	29	двадцать девять баллов	Буга

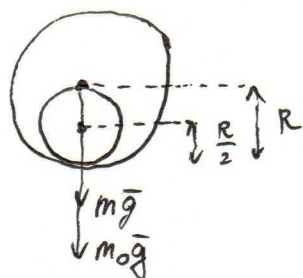
Дано:

$R, m, n = 3$

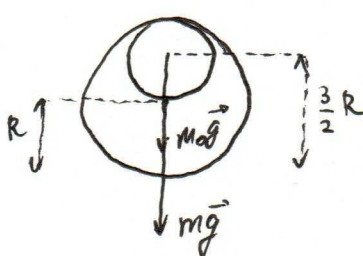
$R/2 = r$

$L = \pi R$

$A = ?$



n1


 Пусть h - высота цилиндра
 ρ - плотность в-ва цилиндра.

 Найдем массу в-ва в сквозном отверстии (m_0)

$$m = \rho V_1 = \rho h (\pi R^2 - \pi (\frac{R}{2})^2) = \rho h \frac{3}{4} \pi R^2 \quad (1)$$

$$m_0 = \rho n V_2 = \rho n h \pi (\frac{R}{2})^2 = \rho n h \pi \frac{R^2}{4}$$

из (1) $\frac{3 h \pi R^2}{4} = \frac{m}{\rho} \Rightarrow m_0 = \frac{m}{3} \cdot n \quad (\text{т.к. } n=3) \Rightarrow m_0 = \frac{m}{3} \cdot 3 = m$

Найдем работу: $A = \Delta E = W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = m g R + m_0 g \frac{3}{2} R - m g R - m_0 g \frac{1}{2} R = m_0 g \frac{R}{2}$

 В процессе решения используем то, что при движении без проскальзывания центр проходит то же расстояние L , что и точки на R от центра. Поэтому после прохождения $L = \pi R$ колесо повернется на 180° т.к. $\frac{1}{2}$ от $C = 2\pi R$.

$$\begin{cases} A = m_0 g \frac{R}{2} \Rightarrow A = m g \frac{R}{2} \\ m_0 = m \end{cases}$$

Ответ: $m g \frac{R}{2}$

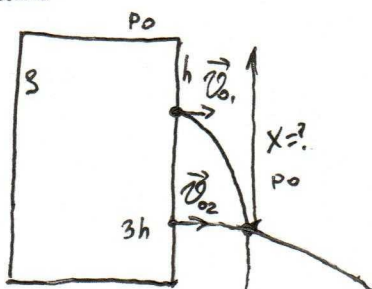
n2

Дано:

$h, 3h$

$x = ?$

Решение:



Найдем скорости, с которыми жидкость будет вытекать из отверстий:

Воспользуемся законом Бернулли:

$$p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{\rho v_0^2}{2}$$

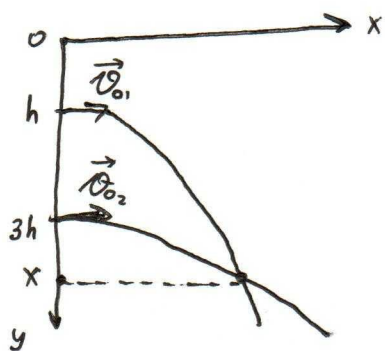
$$\Rightarrow v_0^2 = 2 g h$$

2 лист

$$p_0 + 3gh = p_0 + \frac{\rho v_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{6gh}$$

Теперь задача свелась к кинематике:



$$\begin{cases} y_1(t) = \frac{g t_1^2}{2} + h \\ x_1(t) = v_{01} t_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y_2(t) = \frac{g t_2^2}{2} + 3h \\ x_2(t) = v_{02} t_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y_1(t_1) = y_2(t_2) \\ x_1(t_1) = x_2(t_2) \end{cases} \quad \leftarrow \text{условие пересечения}$$

$$\frac{g t_1^2}{2} + h = \frac{g v_{01}^2 t_1^2}{2 v_{02}^2} + 3h \Rightarrow \frac{g t_1^2 v_{02}^2 - g v_{01}^2 t_1^2}{2 v_{02}^2} = 2h$$

$$4h v_{02}^2 = g t_1^2 (v_{02}^2 - v_{01}^2)$$

$$\Rightarrow \frac{g t_1^2}{2} = \frac{2h v_{02}^2}{v_{02}^2 - v_{01}^2}$$

$$\begin{aligned} x = y_1(t_1) &= \frac{g t_1^2}{2} + h = \frac{2h v_{02}^2}{v_{02}^2 - v_{01}^2} + h = \\ &= \frac{2h \cdot 6gh}{6gh - 2gh} + h = \frac{12h}{4} + h = 3h + h = 4h \end{aligned}$$

Ответ: $x = 4h$

№ 3

Решение:

x — растяжение пружины.

S — площадь сечения

в любой момент времени

$$F_y = pS = kx$$

$$x = \frac{V}{S} \Rightarrow p = \frac{k}{S} x = \frac{k}{S^2} V \Rightarrow p \sim V$$

пусть $\frac{k}{S^2} = \alpha$, тогда $p = \alpha V$

Рассмотрим значение объема и давления в некоторый момент времени

тогда $(p_1; V_1)$ $(p_2; V_2)$

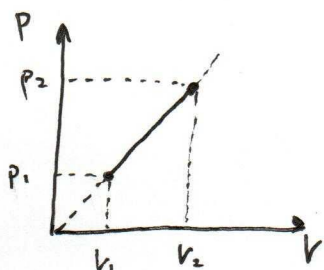
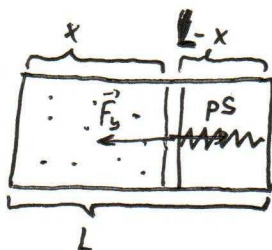
$$p_1 = \alpha V_1$$

$$V_0 = V_1 + V_2$$

$$p_2 = \alpha V_2$$

№ 3 I. 3. T. 2: $Q = A + \Delta U = A + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

$\nu_1 = 2$ моль
 $\nu_2 = 3$ моль
 $C = ?$



3 лист

A - площадь под графиком (Стрелович)

$$A = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{\alpha (V_1 + V_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\alpha (V_2^2 - V_1^2)}{2}$$

$$\begin{cases} p_1 V_1 = (\nu_1 + \nu_2) R T_1 \\ p_2 V_2 = (\nu_1 + \nu_2) R T_2 \end{cases} \Rightarrow \nu_0 R (T_2 - T_1) = p_2 V_2 - p_1 V_1 = \alpha V_2^2 - \alpha V_1^2 = \alpha (V_2^2 - V_1^2)$$

т.к. оба газа одноатомные $\Rightarrow$

i - степень свободы = 3 $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} \alpha (V_2^2 - V_1^2) + \frac{3}{2} \alpha (V_2^2 - V_1^2) = \alpha (V_2^2 - V_1^2) \cdot 2 = \\ &= 2 (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 2 (\nu_0 R T_2 - \nu_0 R T_1) = \\ &= 2 \nu_0 R (T_2 - T_1) = 2 \nu_0 R \Delta T \end{aligned}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{2 \nu_0 R \Delta T}{\Delta T} = 2 \nu_0 R = 2 (\nu_1 + \nu_2) R$$

$$C = 2 \cdot 8,31 \cdot (2+3) = 10 \cdot 8,31 = 83,1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

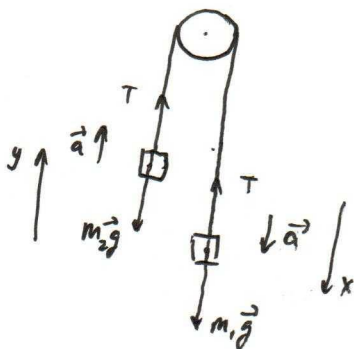
Ответ: 83,1 $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

Дано:

$m_1; m_2$

$a_{\text{уч.м}} = ?$

Решение:



№5

т.к. нить нерастяжима, а блок невесомый $\Rightarrow$

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

$$a_1 = a_2 = a$$

По II з. Ньютона: $\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$

$$\text{оx)} m_1 g - T = m_1 a$$

$$\text{оy)} T - m_2 g = m_2 a$$

$$|a_x| = |a_{x2}| = a \quad T = m_1 (g - a)$$

$$-a_{x1} = +a_{x2}, \text{ где}$$

a_{x1} - проекция ускорения для 1-ого тела на ох

a_{x2} - проекция ускорения для 2-ого тела на ох

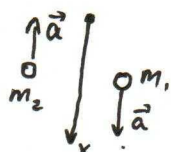
$$m_1 g - m_1 a - m_2 g = m_2 a$$

$$a (m_1 + m_2) = g (m_1 - m_2)$$

$$a = \frac{g (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$a_{\text{уч.м}} = \frac{m_1 a_{x1} + m_2 a_{x2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 a - m_2 a}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{a (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{g (m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

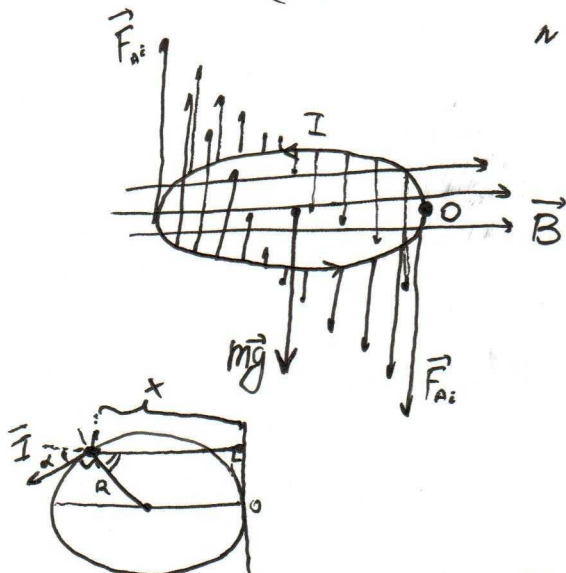


4 лист

Ответ: $a_{y.m} = \frac{g(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}$

(+)

н 4



Решение:

Условие припожимания:

$M_{FA} \geq M_{mg}$ (относительно оси, проходящей через точку O)

F_A — сила Ампера

$F_{Ai} = BI \Delta L_i \sin \alpha$

$\sum \Delta L_i = 2\pi R$

$M_{FA} = \sum_{i=1}^n BI \Delta L_i \sin \alpha x = BIS$

$n \rightarrow \infty$

$M_{FA} = BIS = BI\pi R^2$

$M_{mg} = mg \cdot R$, т.к. расстояние от центра кольца до оси = R

$\Rightarrow BI\pi R^2 \geq mgR$

$B \geq \frac{mg}{\pi R I}$

Ответ: $B \geq \frac{mg}{\pi R I}$

Дано:

$v = 1 \text{ м/с}$

$L = 1,5 \text{ м}$

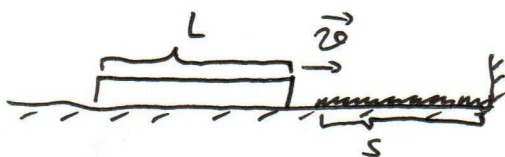
$\mu = 0,15$

$S = 0,5 \text{ м}$

$g = 10 \text{ м/с}^2$

$x = ?$

н 6



Решение:

$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$

ох) $m\ddot{x} = -F_{\text{уп}}$

$m\ddot{x} = -\mu N$

$N = m_0 g$, где $m_0 = m \frac{x}{L}$

$m\ddot{x} + \mu m \frac{x}{L} = 0 \quad | : m$

$\ddot{x} + \frac{\mu g}{L} x = 0$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}}$

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\mu g}}$

T — период колебаний



Блистер

$$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \\ \dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

при $t=0$ $x(0)=0$ $\dot{x}(0)=v$ $\Rightarrow \begin{cases} A \cos(\varphi) = 0 \\ -A\omega \sin(\varphi) = v \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi/2$
 $\Rightarrow v = \omega A$

$$A = \frac{v}{\omega} = v \sqrt{\frac{L}{\mu g}}$$

$$\Rightarrow x(t) = v \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \cos\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$x(t) = v \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \sin\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t\right)$$

Найдем t_0 , при котором $x(t_0) = S$

$$S = v \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \sin\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t_0\right)$$

$$\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t_0 = \arcsin\left(\frac{S}{v} \sqrt{\frac{\mu g}{L}}\right)$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \arcsin\left(\frac{S}{v} \sqrt{\frac{\mu g}{L}}\right)$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{1,5}{0,15 \cdot 10}} \arcsin\left(\frac{0,5}{1} \sqrt{\frac{0,15 \cdot 10}{1,5}}\right) = \frac{1}{6} \pi = 0,524 \text{ c}$$

Ответ: 0,524 c