ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32244

Класс 11 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.03.18

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4б	3б	3б	5б	5б	5б	25	Двадцать пять баллов	[illegible]

№3

Дано
$\nu_н = 2$ моль
$\nu_г = 3$ моля

Найти:
c - ?

Решение:

(1-ый закон термодинамики): $Q = \Delta U + A$ 3б

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu_{общ}R\Delta T = 1{,}5\,\nu_{общ}R\Delta T = 1{,}5(\nu_г + \nu_н)R\Delta T$ (ΔU - изменение внутреннего энергии; A - работа газа; ΔT - изменение температуры газа)

$A = P\Delta V$

Ур-ие Менделеева-Клапейрона:
$PV = \nu RT \Rightarrow P\Delta V = \nu R\Delta T$

$\Rightarrow A = \nu R\Delta T$

$Q = \Delta U + A = 2{,}5\,\nu_{общ}R\Delta T = 2{,}5(\nu_н + \nu_г)R\Delta T$ (1)

$Q = mc\Delta T$; m - масса газов (2)

$m = m_н + m_г = M_н\cdot\nu_н + M_г\cdot\nu_г$; $M_н$ - молярная масса неона; $M_н = 20\frac{г}{моль}$
$M_г$ - молярная масса гелия; $M_г = 4\frac{г}{моль}$

$Q = (M_н\cdot\nu_н + M_г\cdot\nu_г)c\Delta T$ (3)

?

(3) = (1)

$(M_н\cdot\nu_н + M_г\cdot\nu_г)c\Delta T = 2{,}5(\nu_н + \nu_г)R\Delta T$

$$c = \frac{2{,}5(\nu_н + \nu_г)R}{M_н\cdot\nu_н + M_г\cdot\nu_г}$$

$$c = \frac{2{,}5\cdot 5\,моль\cdot 8{,}31\,\frac{Дж}{моль\cdot К}}{2\,моль\cdot 20\frac{г}{моль} + 3\,моль\cdot 4\frac{г}{моль}} = \frac{2{,}5\cdot 5\cdot 8{,}31}{52}\,\frac{Дж}{г\cdot К} \approx 1{,}997\,\frac{Дж}{г\cdot К}$$

Ответ: $c = 1{,}997\,\frac{Дж}{г\cdot К}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

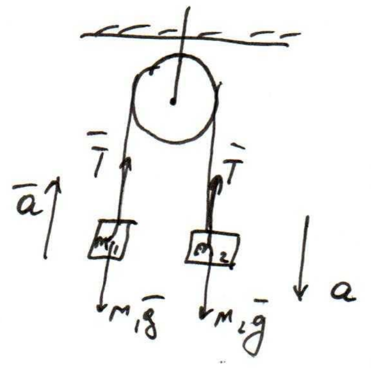
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32244

№5

Дано:
m_1
m_2

$a_{ц.м.}$



2-ой закон Ньютона:

$\sum \bar{F} = m\bar{a}$

для тела m_2:

oy: $m_2 g - T = m_2 a$ (1)

для тела m_1:

oy: $-m_1 g + T = m_1 a$ (2)

(1)+(2): $(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} g$$

$a_{ц.м.} = \frac{\sum m_i a_i}{M_{общ}}$; $M_{общ}$ - масса всей системы $M = m_1 + m_2$

$$a_{ц.м} = \frac{-m_1 a + m_2 a}{(m_1 + m_2)} = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 g$$

+

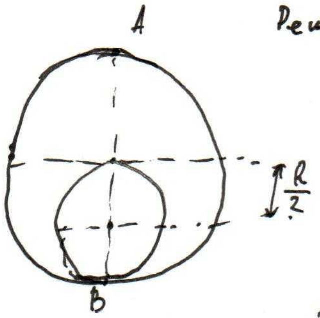
Ответ: $a_{ц.м.} = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 g$

15

№1

Дано:
m
$r = \frac{R}{2}$
R
$n = 3$ раза
$L = \pi R$

A - ?



Решение:

1) Центр масс данной конструкции находится на прямой, т.к. центр масс 2-х других цилиндров лежат на прямой AB

2) Если шарик совершит полный оборот, то его центр масс переместится на $L = \pi R$

3) Пусть, E - это энергия, которая необходима для того, чтобы переместить B в точку A, A в точку B. Это будет

4) ~~Если~~ состояние равновесия, то из-за сумма моментов будет не компенсирована шарик „доповернётся", шар совершит полный оборот.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

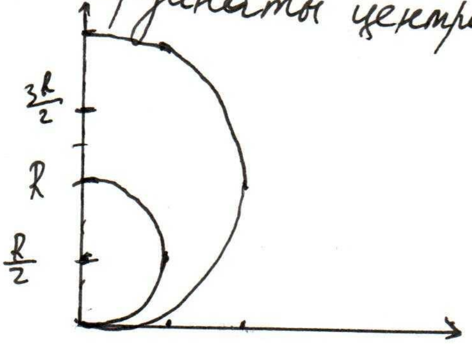
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 322 44

5) Найдём центр массы системы;

$x_{ц.м}$ - ~~???~~ координаты центра массы.



$x_{ц.м.1} = \frac{R}{2}$ - центр масс меньшего цилиндра

$x_{ц.м.2} = \frac{5R}{4}$ - центр масс большего цилиндра

$x_{ц.м} = \frac{m_1 x_{ц.м.1} + m_2 x_{ц.м.2}}{M_п.}$

$M_п = m_1 + m_2$; m_1 и m_2 — массы меньшего и большего цилиндров соответственно

$m_1 = V_1 \cdot \rho_{T_1} = S_{осн} \cdot H \cdot \rho_{T_1} = \frac{\pi R^2}{4} H \rho_T \qquad = \frac{3\pi R^2 H}{4} \rho_T$

$m_2 = V_2 \rho_{T_2} = (S_{осн_1} - S_{осн}) H \rho_T = \frac{\pi 3 R^2}{4} H \rho_T = \frac{3}{4}\pi R^2 H \rho_T$; $m_2 = m_1 = \frac{3}{4} m$

$m_2 + m_1 = 1{,}5m$

$x_{ц.м} = \cancel{\frac{3}{4}\pi R^2 H \rho_T}\ \frac{1}{2}(x_{ц.м_1} + x_{ц.м_2}) = \frac{7R}{8}$

Когда мы перевернём тело центр масс ~~окажется~~ в точке $\frac{9R}{8}$.

$\Delta h = \frac{9R}{8} - \frac{7R}{8} = \frac{R}{4}$

$E = mg\Delta h = m_{общ}\, g \frac{R}{4} = \cancel{\frac{3}{2}\pi R^2 H\rho}\ \frac{m_{общ}\, gR}{4} = \frac{3gmR}{8}$

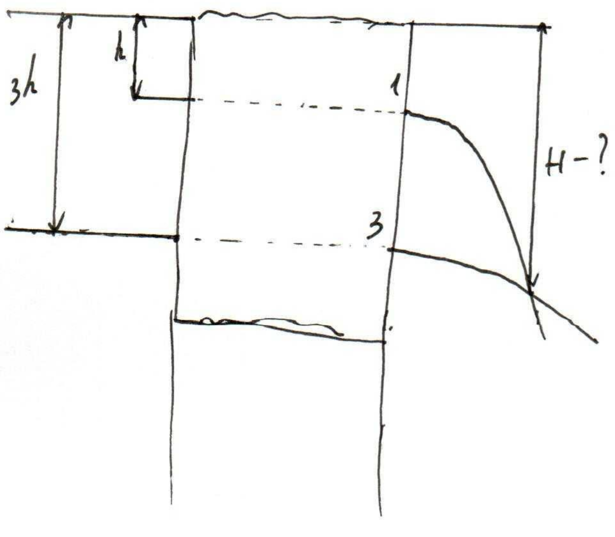
$A > E$

$A > \frac{3}{8} gmR$

Ответ: $A > \frac{3}{8} gmR$

5

№2



Формула Торричелли

$\rho g h = \frac{\rho V^2}{2} \Rightarrow \sqrt{2gh} = V$

1: $V_1 = \sqrt{2gh}$

3: $V_3 = \sqrt{6gh}$

Ур-ие движения для верхней струи

$x_1 = h \pm V_1 t_1 \pm \frac{g t_1^2}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32244

Ур-ие движения для нижней струи:

$x_3 = 3h - V_3 t_3 - \frac{g t_3^2}{2}$

В какой-то момент времени t струи пересекутся : h

$x_3 = x_1$

$3h - V_3 t - \frac{g t^2}{2} = h - V_1 t - \frac{g t^2}{2}$

$2h = (V_3 - V_1) t$

$t = \frac{2h}{V_3 - V_1}$; $t = \frac{2\sqrt{h}}{}$

Найдём H:

$H = x_3(t) = 3h - \frac{2V_3 h}{V_3 - V_1} - \frac{g\, 4h^2}{2(V_3-V_1)^2} = 3h - \frac{2V_3 h}{V_3 - V_1} - \frac{2gh^2}{(V_3-V_1)^2} =$

$= \frac{3h(V_3-V_1)^2 - 2V_3 h (V_3 - V_1) - 2gh^2}{(V_3-V_1)^2}$

$H = 3h \cdot (2gh + 8gh - 4\sqrt{3} gh) - 2h(6gh - 2\sqrt{3} gh) - 2gh^2$

$H = 3h - \frac{2V_3 h}{V_3 - V_1} - \frac{2gh^2}{(V_3-V_1)^2}$; $H = 3h - \frac{2\sqrt{gh}\sqrt{6} \cdot h}{\sqrt{gh}(\sqrt{6}-\sqrt{2})} - \frac{2gh^2}{8gh - 4\sqrt{3} gh} =$

$= 3h - \frac{2\sqrt{3} h}{(\sqrt{3}-1)} - \frac{h}{4 - 2\sqrt{3}} = h\left(\frac{12 - 6\sqrt{3} - 6 + 2\sqrt{3} - 1}{4 - 2\sqrt{3}}\right) =$

$= h \cdot \left(\frac{5 - 4\sqrt{3}}{4 - 2\sqrt{3}}\right)$

$x_3 = x_1$

$3h + V_3 t + \frac{g t^2}{2} = h + V_1 t + \frac{g t^2}{2}$

$2h = (V_1 - V_3) t$

$x_1 = x_3$

$2h = (V_3 - V_1) t$

$t = \frac{2h}{V_3 - V_1}$

$H = 3h - V_3 t + \frac{g}{2} t^2 = 3h - \frac{2V_3 h}{V_3 - V_1} + \frac{2g h}{(V_3 - V_1)^2}$

H=

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32244

~~ЗСЭ:~~

~~$F_{тр} = \frac{x}{L}\mu m g$~~

~~$A + E = const$~~

~~$\frac{x^2 m^2 \mu m g}{2L} + \frac{mV^2}{2} = 0$~~

~~$\frac{m\mu g}{L} + m x'' = 0$~~

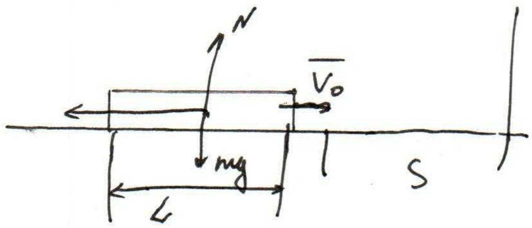
~~$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}}$~~

~~$x_0 = A\cos\varphi_0 = 0$; $\varphi = -\frac{\pi}{2}$~~

~~$V(0) = V_0 = -A\omega\sin(-\frac{\pi}{2})$; $A = \frac{V_0}{\omega}$~~

~~$= \frac{V_0}{\omega}(\sin(\omega t)) = S \Rightarrow$~~

№6



55

На тело действует сила трения: $F_{тр} = \frac{x}{L}\mu m g$

Запишем ЗСЭ для тела:

$A + E = const$

$A = A_{F_{тр}} = F_{тр}\cdot x = \frac{x^2 m^2 \mu m g}{2L}$; $E = \frac{mV_0^2}{2}$

$\frac{x^2 m^2 \mu m g}{2L} + \frac{mV_0^2}{2} = const$ (возьмём производную)

Получим:

$x\frac{m\mu g}{L} + m x'' = 0$ (вышло ур-ие колебаний) $x\omega^2 + x'' = 0$ диф. ур-ие колебаний общего вида

$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}}$

$x = A\cos(\varphi_0 + \omega t)$; $x(0) = 0 = A\cos\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$

$V = -A\omega\sin(\varphi_0 + \omega t)$; $V(0) = V_0 = -A\omega\sin(-\frac{\pi}{2}) \Rightarrow A = \frac{V_0}{\omega}$

$x(t) = x(\tau) = \frac{V_0}{\omega}\sin(\varphi_0 + \omega t) = S \Rightarrow \sin(\varphi_0 + \omega t) = \frac{\omega S}{V_0}$

τ - время движения

$\omega t = \arcsin(\frac{\omega S}{V_0}) + \frac{\pi}{2}$

$t = \left(\arcsin\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}}\frac{S}{V_0}\right) + \frac{\pi}{2}\right)\sqrt{\frac{L}{\mu g}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32244

$$t=\left(\arcsin\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}}\frac{S}{V_0}\right)+\frac{\pi}{2}\right)\sqrt{\frac{L}{\mu g}}$$

$$t=\left(\arcsin\left(\sqrt{\frac{0{,}15\cdot 10}{1{,}5}}\cdot\frac{0{,}5}{1}\right)+\frac{\pi}{2}\right)\sqrt{\frac{L}{\mu g}}$$

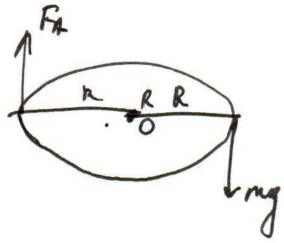
$$t=\left(\arcsin(0{,}5)+\frac{\pi}{2}\right)\cdot\sqrt{1}=\frac{\pi}{6}\,c\approx 0{,}52\,c$$ +

Ответ: 0,52с

№4

Дано:
R
m
I

$B-?$



Тело начинает из-за того, что сумма моментов перестала равнятьсе нулю. Сила Ампера начала действовать на кольцо, её направление противоположно направлению силы тяжести, $F_A=BIl\sin\alpha'=BIR$

$\sum M=0$ (в момент, когда тело перестало подниматьсе):

$F_A\pi R-mgR=0$ 55

$\pi F_A=mg$

$\pi BIR=mg$

$B=\frac{mg}{\pi IR}$

Ответ: $B=\frac{mg}{\pi IR}$