ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

(ab)c=a(bc) $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

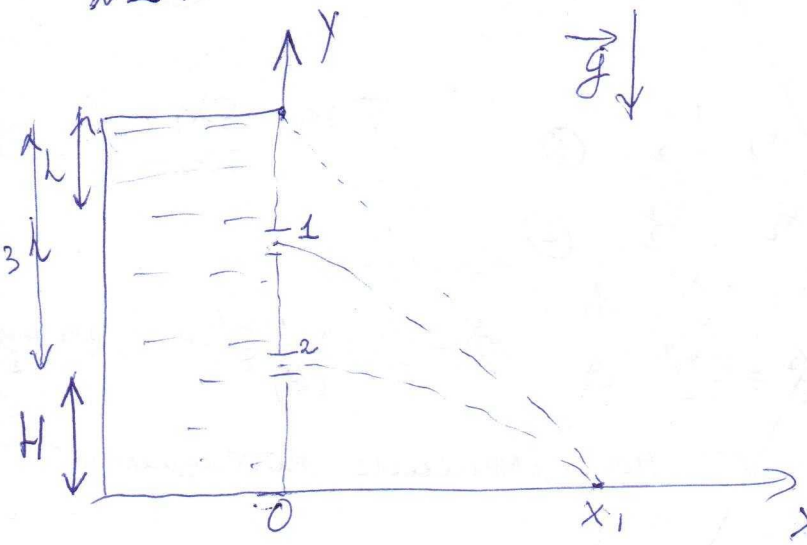
ШИФР 3227С

Класс 11 **Вариант** 1 **Дата Олимпиады** 03.03.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	5	5	5	5	4б	28	Двадцать восемь баллов	Буря

№2.



1) Запишем Закон Бернулли для 1-ой и 2-ой струй:

(1): $p_0+\rho g h = p_0+\frac{\rho v_1^2}{2}$

$v_1=\sqrt{2gh}$

(2): $p_0+\rho g 3h = p_0+\frac{\rho v_2^2}{2}$

$v_2=\sqrt{6gh}$

Пусть H-расст. от дна до 1-го отверстия.

2) Запишем ур-ия координат для 1-ой и 2-ой струй:

$$\begin{cases} y_1(t)=H+2h-\frac{gt^2}{2} \\ y_2(t)=H-\frac{gt^2}{2} \\ x_1(t)=v_1 t \\ x_2(t)=v_2 t \end{cases}$$

В точке x_1 координаты струй по y и x равны.

$$x_1(t_1)=x_2(t_2)=x_1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2gh}\,t_1=\sqrt{6gh}\,t_2 \\ H+2h-\frac{gt_1^2}{2}=H-\frac{gt_2^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=\sqrt{3}t_2 \\ 2h=\frac{g}{2}(t_1^2-t_2^2) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{6h}{g}} \Rightarrow \underline{x_1=\sqrt{2gh}\cdot\sqrt{\frac{6h}{g}}=2h\sqrt{3}=2\sqrt{3}h}$

5б

$y_2(t_2)=0=H-\frac{g\cdot\frac{2h}{g}}{2} \Rightarrow H=h$

Расстояние от поверхности воды по вертикали до точки пересеч. струй: $H+3h=4h$

Ответ: 4h (+)

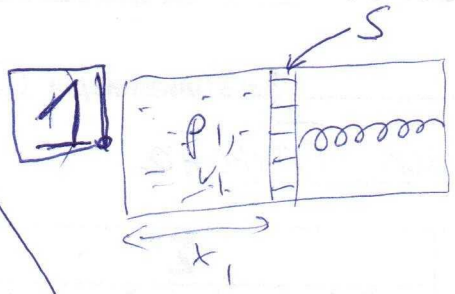
№3

$\nu_1 = 2$ моль

$\nu_2 = 3$ моль

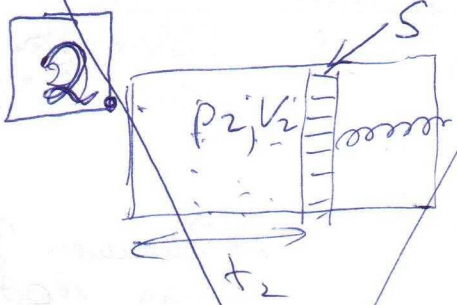
C - ?

1) Рассмотрим два промежуточных состояния термодинамич. системы:



По 2ЗН для поршня:

$$p_1 S = k x_1 \quad (1)$$



По 2ЗН для поршня:

$$p_2 S = k x_2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} p_1 S = k x_1 \mid \frac{x_1}{2} & (1) \\ p_2 S = k x_2 \mid \frac{x_2}{2} & (2) \end{cases} \Rightarrow$$

Т.к. $S x_1 = V_1$, $S x_2 = V_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{p_1 V_1}{2} = \frac{k x_1^2}{2} & \Delta \\ \frac{p_2 V_2}{2} = \frac{k x_2^2}{2} & \Delta \end{cases} \quad (2) - (1) \Rightarrow \frac{k x_2^2}{2} - \frac{k x_1^2}{2} = \frac{p_2 V_2}{2} - \frac{p_1 V_1}{2} \quad (*)$$

2) Работа газа идет на изменение потенциальной энергии пружины:

$$A_{газа} = A_{пружины} \quad (**)$$

$$A_{пружины} = \frac{k x_2^2}{2} - \frac{k x_1^2}{2} \quad \text{(по определению)}$$

3) Из $(*)$ и $(**)$ $\Rightarrow A_{газа} = \frac{p_2 V_2}{2} - \frac{p_1 V_1}{2}$

4) Запишем ур-ие Клапейрона-Менделеева для состояния [1] и состояния [2]:

[1] $p_1 V_1 = \nu R T_1$

[2] $p_2 V_2 = \nu R T_2$

5) Подставим полученные уравнения в работу газа:

$$A_{газа} = \frac{\nu R T_2}{2} - \frac{\nu R T_1}{2} = \frac{\nu R \Delta T}{2}$$

6) Запишем I-е начало термодинамики для газа:

$$Q = \Delta U + A_{газа}$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{\nu R \Delta T}{2} = 2 \nu R \Delta T$$

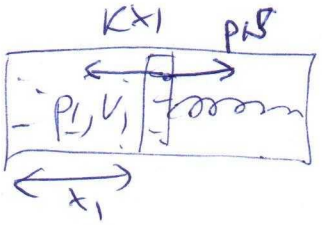
№3. 5б

$\nu_1 = 2$ моль

$\nu_2 = 3$ моль

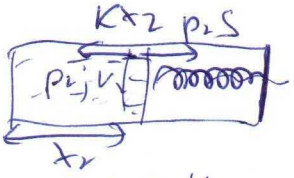
C - ?

1) Рассмотрим два пром. состояния системы.



По 2ЗН для поршня:

$p_1 S = k x_1$



По 2ЗН:

$p_2 S = k x_2$

$$\begin{cases} p_1 S = k x_1 \mid \frac{x_1}{2} \\ p_2 S = k x_2 \mid \frac{x_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{p_1 V_1}{2} = \frac{k x_1^2}{2} \quad (1) \\ \frac{p_2 V_2}{2} = \frac{k x_2^2}{2} \quad (2) \end{cases} \quad (2) - (1) \Rightarrow \frac{k x_2^2}{2} - \frac{k x_1^2}{2} = \frac{p_2 V_2}{2} - \frac{p_1 V_1}{2} \quad (*)$$

2) Работа газа идет на изм. пот. энергии пружины:

$A_г = A_{пружины}$ (**)

Из (*) и (**) $\Rightarrow$

$A_г = \frac{p_2 V_2}{2} - \frac{p_1 V_1}{2}$

3) Запишем ур-ие Клапейрона – Менделеева для состояний 1 и 2

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

5) Подставим в работу газа:

$A_{газа} = \frac{\nu R T_2}{2} - \frac{\nu R T_1}{2} = \frac{\nu R \Delta T}{2}$

6) Запишем I-е начало термодинамики:

$Q = \Delta U + A_{газа}$

$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{\nu R \Delta T}{2} = 2 \nu R \Delta T$

7) По определению: $C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{2\nu R \Delta T}{\Delta T} = 2\nu R$

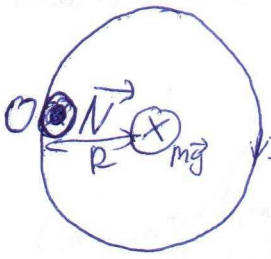
т.к. $\nu = \nu_1 + \nu_2$, то $C = 2(\nu_1 + \nu_2)R =$

$= 2 \cdot 5 \text{ моль} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 83{,}1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Ответ: $83{,}1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$. (+)

№4.

Вид сверху:



5

1) В момент приподнимания $\vec{N}$ перейдет в точку O.

2) Условие равновесия в момент приподнимания: $\sum M = 0$

3) Запишем сумму моментов относительно полюса O: $-M_{маги} + M_{mg} = 0 \Rightarrow M_{mg} = M_{маги}$. (*)

4) Как известно, магнитный момент определяется выражением: $M_{маги} = IBS = IB\pi R^2$ (**)

5) Момент силы тяжести отн. полюса O:

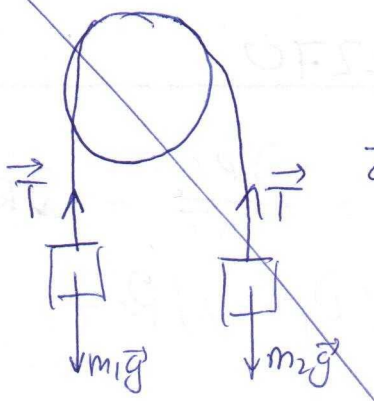
$M_{mg} = mgR$ (***)

6) (из (*), (**) и (***)) $\Rightarrow mgR = IB\pi R^2$

$B = \frac{mg}{\pi RI}$

Ответ: $\frac{mg}{\pi RI}$ (7)

№5



1) Запишем 2ЗН для m_1 и m_2.

Ox: m_1: $m_2 g - T = m_2 a$

m_2: $T - m_1 g = m_1 a$ (+) =>

$\Rightarrow g(m_2 - m_1) = (m_1 + m_2) a$

$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$

2) Ускорение центра масс (по определению):

$\vec{a}_{ц.м.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

$a_{ц.м\,x} = \frac{m_2 a - m_1 a}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{g(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} = \frac{g(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2}$

Ответ: $a_{ц.м.} = \frac{g(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

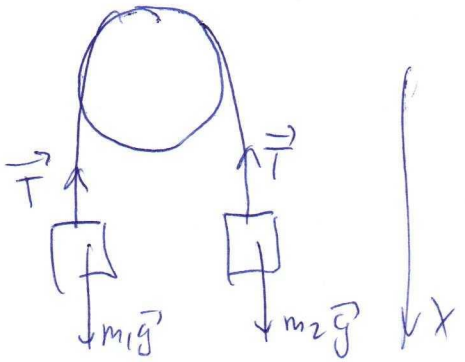
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32270

№5.

5



1) Запишем 2ЗН для m_1 и m_2:

Ox

m_1: $m_2g - T = m_2a$

m_2: $T - m_1g = m_1a$ (+) =>

$\Rightarrow g(m_2-m_1) = (m_1+m_2)a$

$a = \frac{g(m_2-m_1)}{m_1+m_2}$

2) Ускорение центра масс (по определению):

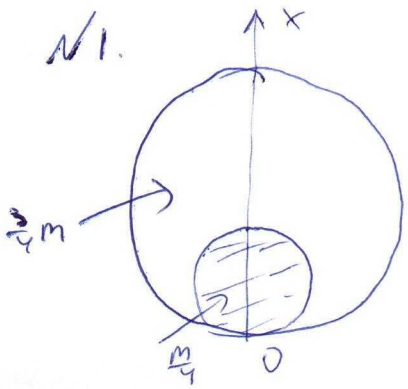
$\vec{a}_{ц.м.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1+m_2}$

$a_{ц.м.x} = \frac{m_2a - m_1a}{m_1+m_2} = \frac{g\frac{(m_2-m_1)}{m_1+m_2}(m_2-m_1)}{(m_1+m_2)} = \frac{g(m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2}$

Ответ: $a_{ц.м.} = \frac{g(m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2}$ (+)

№1.

4,5



1) Найдем координату центра масс цилиндра с полостью (X):

$R = \frac{m_1 \cdot \frac{R}{2} + m_2 \cdot X}{m}$

Т.к. $m \sim S$, то $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\pi R^2}{\frac{3}{4}\pi R^2} = \frac{4}{3}$

$\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4}$

$m_1 = \frac{3}{4}m_2$, тогда $m_2 = m - \frac{3}{4}m_1 = \frac{m}{4}$

$R = \frac{\frac{3}{4}m \cdot X + \frac{1}{4}m\frac{R}{2}}{m} = \frac{3X}{4} + \frac{R}{8} \Rightarrow X = \frac{7R}{6}$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

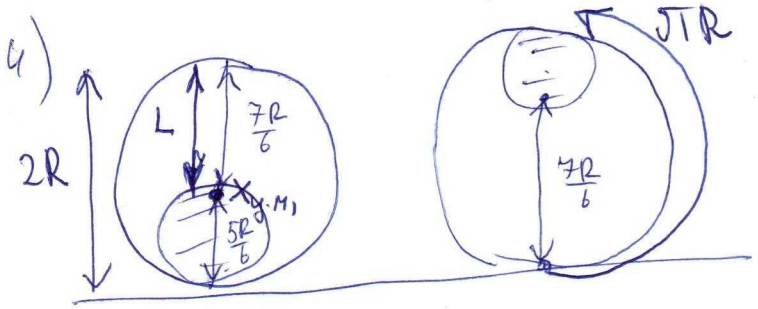
ШИФР 32270

2) Т.к. плотность в-ва в $n=3$ раза больше, то новая масса $m_1' = \frac{3m}{4}$

3) Найдем центр масс нового тела.

$$X_{ц.м_1} = \frac{\frac{3m}{4}\cdot\frac{R}{2} + \frac{3m}{4}\cdot\frac{7R}{6}}{\frac{6m}{4}} = \frac{30R}{36} = \frac{5R}{6}$$

4)



L – расст. от верхней точки цилиндра до ц.м.

$$L = 2R - \frac{5R}{6} = \frac{7R}{6}$$

При перекатывании без проскальзыв. совер. работа против силы тяжести:

$$A_{тяж} = mg\frac{5R}{6} - mg\cdot\frac{7R}{6} = -\frac{mgR}{3}$$

$$A = -A_{тяж} = \frac{mgR}{3}$$

Ответ: $\frac{mgR}{3}$.

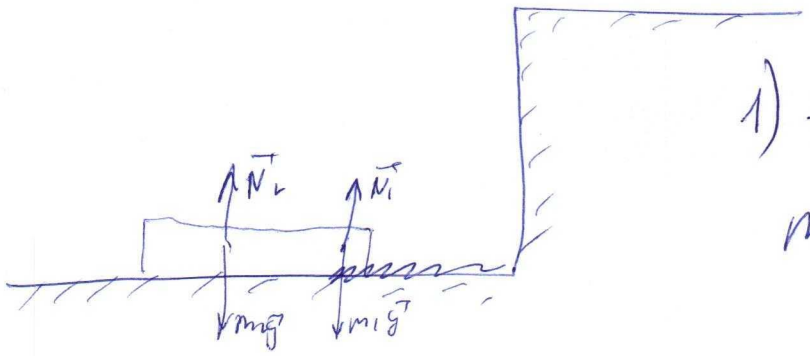
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32270

№6. 45

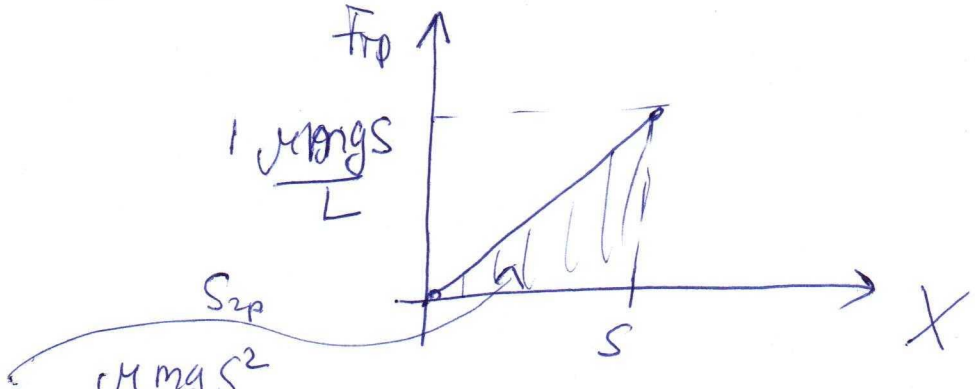


По 2ЗН:

$F_{тр}(t)=\mu N_1$

1) $F_{тр}^{(t)}=\mu m_1 g = \frac{\mu g m x}{L}$

$m_1(t)=\frac{m x}{L}$



$A_{тр}=\frac{\mu m g S^2}{2L}$

По т. об. изм. $E_{кин}$:

2) $A_{тр}=\Delta E_{кин}$. $\boxed{V_1=V}$

$-\frac{\mu m g S^2}{2L}=\frac{m_2 v_2^2}{2}-\frac{m v_1^2}{2} \Rightarrow v_2=\sqrt{v^2-\frac{\mu g S^2}{L}}$

3) По 2ЗН: $F_{тр x}=m_x a$

$\mu m_x g = m_x a$

$a=\mu g = const$ - движение равноускоренное

4) Запишем кинематические ур-ия:

$\begin{cases} S=vt-\frac{at^2}{2} \\ v_2=v-at \Rightarrow a=\frac{v-v_2}{t} \end{cases} \Rightarrow S=vt-\frac{t^2(v-v_2)}{2t}=\frac{(v+v_2)t}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow t=\frac{2S}{v+v_2}$

5) $t=\frac{2S}{v+\sqrt{v^2-\frac{\mu g S^2}{L}}}=\frac{2\cdot 0{,}5\ м}{1\frac{м}{с}+\sqrt{1\frac{м^2}{с^2}-\frac{0{,}15\cdot 10\frac{м}{с^2}\cdot 0{,}25\ м^2}{1{,}5\ м}}} \approx 0{,}54\ с$

Ответ: 0,54 с.