

ШИФР 32318

Класс 11 Вариант 2 Дата Олимпиады 03.03.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	4.5	4.5	5.5	5.5	0	4.5	22	двадцать две балла	Буга

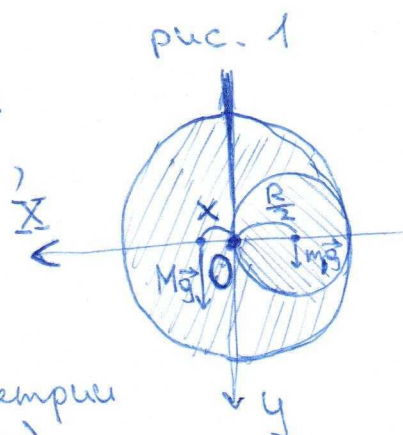
№ 1.

Решение:

Дано:
 $R, m, r = \frac{R}{2}$
 $L = \frac{3\pi}{2} R (1.5\pi R)$

$A_{min} = ?$

① Для удобства находж. центра масс расположим цилиндр так, как показано на рис. 1.



1.1) Пусть X — смещение ц.м. относительно центра цилиндра вдоль оси X (отсюда ввиду симметрии очевидно, что сдвига по о.у нет)

1.2) Учитывая, что шар однородный, мысленно разделив его на 2 части (рассматр. сфер. вырез)

(вырез и цилиндр срежем), получаем:

$$\vec{M}_{M_0} + \vec{M}_{m_0} = 0 \Rightarrow X M_0 = \frac{R}{2} m_0$$

1.3) шар однородный, тогда:

$$\begin{cases} M = \rho d (\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4}) \\ m = \rho d \frac{\pi R^2}{4} \end{cases}$$

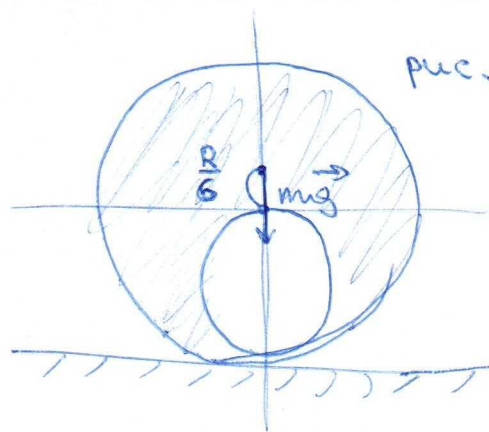
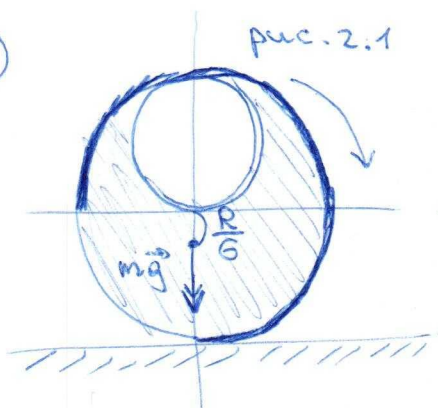
где ρ — плотность материала, а d — толщина цилиндра

из (1.2): $X = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{2}$

из (1.3): $\frac{m}{M} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$

$$X = \frac{R}{6}$$

2



2.1) Т.к. $L = 1,5\pi R$, очевидно, что пройденный путь $= \frac{3}{4}$ длины окр. (рис. 2.1)

2.2.) Положение, изображенное на рис. 2.2. показывает момент, когда тело обладает макс. потенци. энергией $\Rightarrow$

$$A_{\min} \geq W_{\max} - W_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{\min} = W_{\max} - W_0 = mg \left(\frac{7R}{6} - \frac{5R}{6} \right) = \frac{mgR}{3}$$

(„0“ потенциальной энергии на пов-ти земли)

2.3.) Для достижения экстрем. полож. хватит энергии, имеющейся в положении рис. 2.2 $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } A_{\min} = mg \frac{R}{3}$$

Дано:
 $h_1 = h$
 $h_2 = 3h$

$x_{1,2} = ?$

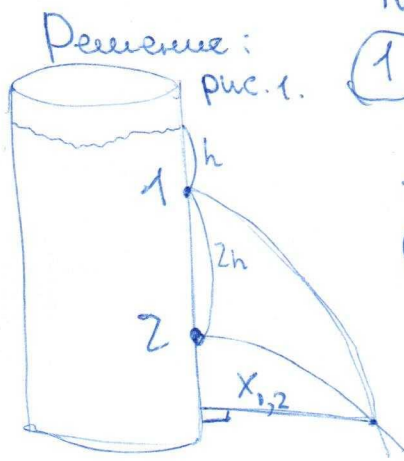
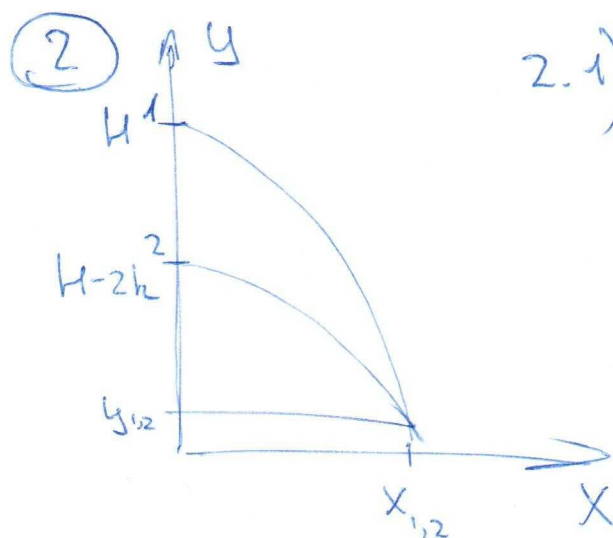


рис. 2.

(1) Учитывая, что $F_g \sim \rho \sim h$ и что дюрки находятся друг под другом задача сводится к кинематике (Баллистического движ.)

т.к. $v \sim F_g$, то пусть $v_1 = v_0$, а $v_2 = 3v_0$ (т.к. $F_g \sim \rho (= \rho gh)$)

ШИФР 32318



2.1) Для тела 1:

$$y: \begin{cases} a_y = \text{const} = g \\ v = -gt_1 \\ y = H - \frac{gt_1^2}{2} \end{cases}$$

$$x: \begin{cases} v_{1x} = v_0 \\ a_x = 0 \\ x_1 = v_0 t_1 \end{cases}$$

Для 2 тела:

$$x: \begin{cases} a_x = 0 \\ v_{2x} = 3v_0 \\ x_2 = 3v_0 t_2 \end{cases}$$

$$y: \begin{cases} a_y = g = \text{const} \\ v = -gt_2 \\ y = H - 2h - \frac{gt_2^2}{2} \end{cases}$$

2.2) Стрелы пересекутся при: $\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$

$$\begin{cases} v_0 t_1 = 3v_0 t_2 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H - \frac{gt_1^2}{2} = H - 2h - \frac{gt_2^2}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 3 \Rightarrow t_1 = 3t_2$$

$$H - \frac{gt_2^2 \cdot 3^2}{2} = -2h - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$4gt_2^2 = 2h$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{h}{2g}} \Rightarrow x_{1,2} = x_2 = x_1 = 3v_0 \sqrt{\frac{h}{2g}}, \text{ где } v_0 \text{ находимся из ур-ия Бернулли}$$

Ответ: $3v_0 \sqrt{\frac{h}{2g}}$, v_0 - из ур-ия Бернулли для $p = pgh$

№ 3

50

Дано:

$$V_1 = 4 \text{ л} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = n V_1; n = 3$$

$A_2 = ?$

Решение:

① 2 з.н. для поршня по Ох:

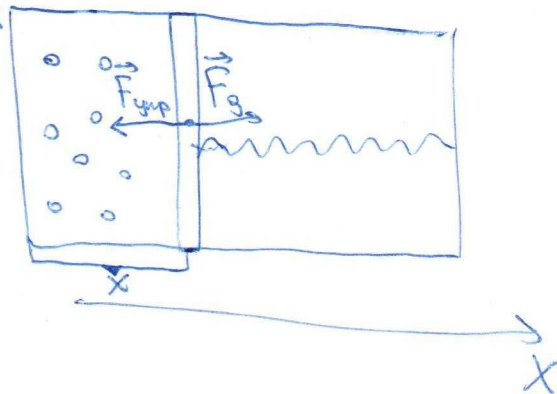
$$F_g + F_{\text{упр}} = 0 \quad (1)$$

$$F_g = p \cdot S \quad (2)$$

$$F_{\text{упр}} = kx \quad (3)$$

$$S = \frac{V}{x} \quad (4)$$

рис. 1



② Все работа, соверш. газом пошла на изм. ~~на~~ потенци. энергии сист. (пружинки)

$$A_2 = \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \quad (5)$$

$$\textcircled{3} V_2 = n V_1 = n S x = S (n x) = S x_2 \Rightarrow x_2 = n x \quad (6)$$

$$\text{из (6) и (5)} \quad A_2 = \frac{kx^2}{2} (n^2 - 1)$$

$$\text{из (1), (2), (3) и (4)} : \frac{pV}{x} - kx = 0 \Rightarrow pV = kx^2 = S \quad \Rightarrow \cancel{k} \sqrt{\frac{pV}{S}} x^2 = \frac{pV}{k} \quad \textcircled{7}$$

$$\Rightarrow A_2 = \frac{\cancel{k} \cdot pV}{2 \cancel{k}} (n^2 - 1) = \frac{pV}{2} (n^2 - 1) = A_2$$

$$A_2 = \frac{10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{2} (9 - 1) = 16 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 16 \text{ кДж}$$

Ответ: 16 кДж

4

ШИФР

32318.

№ 4

55

Дано:
 R , B ,
 I
 m - ?

Решение:

по опреэ. магн. индукции:

$$B = \frac{M}{IS} \quad (1)$$

$$M = mg \cdot R \quad (2)$$

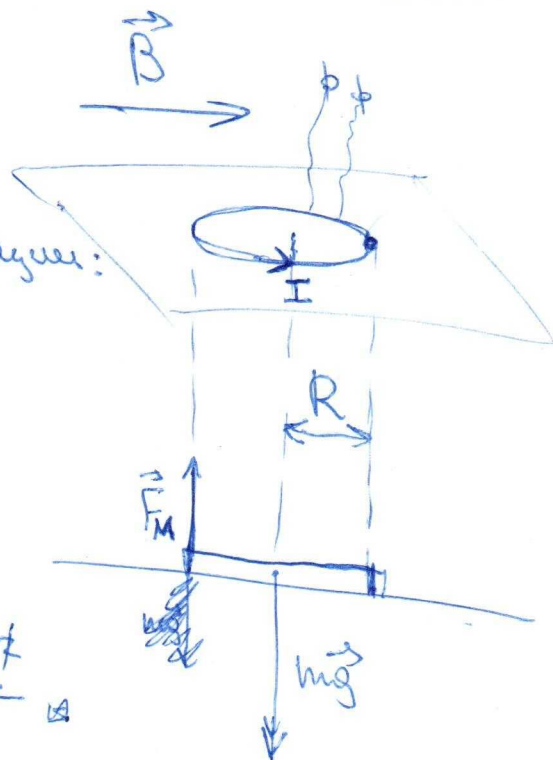
$$S = \pi R^2 \quad (3)$$

$$m = \frac{BIS}{gR} = \frac{BI\pi R^2}{gR}$$

Ответ:

$$m = \frac{BI\pi R}{g}$$

+



№ 6.

55

Дано:
 $L = 1,5 \text{ м}$
 $M = 0,15 \text{ кг}$
 $S = 0,5 \text{ м}$
 $\tau = 0,74 \text{ с}$

Решение:

$$F_{\text{уп}} = \Delta m \cdot g \quad (1)$$

$$\Delta m = m \frac{x}{L} \quad (2)$$

Из графика 1:

$$A_{\text{уп}} = \frac{1}{2} M g \frac{S}{L} \cdot S = M g \frac{S^2}{2L} \quad (3)$$

(только для случая $S < L$)

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{A_{\text{всех}}}{m} = \frac{A_{\text{уп}}}{m} \quad (4)$$

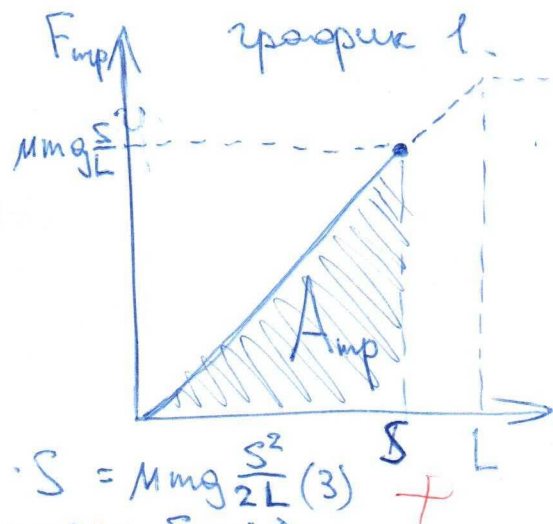
колебание

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \rightarrow -\left(\frac{Mmg}{L}\right) \cdot x = ma \quad (1)$$

$$(2) \omega^2 = \frac{Mg}{L} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{L}{Mg}} \cdot 2\pi \quad (3)$$

$$v = v_0 \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow v_0 = \frac{v_2}{\cos(\omega \tau)} \quad (4)$$

5





ШИФР

32318

① из (4): $v_0^2 - v_z^2 = \mu g \frac{S^2}{2L}$

② из (4): $v_0 = \frac{v_z}{\cos\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cdot z\right)}$ } 2 ур-ие, 2 неизвестн.

$$\begin{cases} v_0^2 - v_z^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow v_z = \sqrt{v_0^2 - \frac{1}{8}} \\ v_0 = \frac{v_z}{\cos(0,74)} \end{cases}$$



$\Rightarrow v_0 = \frac{\sqrt{v_0^2 - \frac{1}{8}}}{\cos(0,74)}$ - итерационное урав-ие

