ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32536

Класс 11 **Вариант** 1 **Дата Олимпиады** 03.03.2018

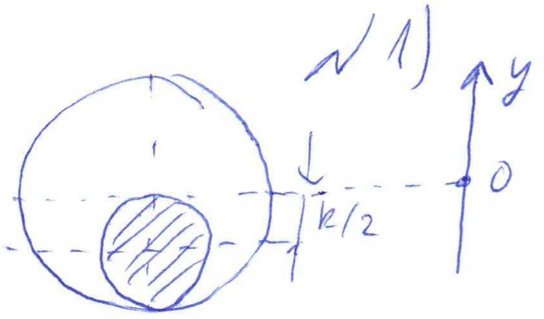
Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4б	5б	4б	4б	5б	4б	26	Двадцать шесть баллов	

№1)

Дано:
$m; R$
$r = \frac{R}{2}$
$n = 3$
$L = \pi R$

$A - ?$



Пусть ρ - плотность цилиндра
h - его высота

4б

1) Определим положение центра тяжести полученного тела. Центр тяжести есть центр масс системы. Введем ось OY. Центр оси совпадает с центром тяжести изначального цилиндра. Воспользуемся методом отрицательных ~~[illegible]~~ масс. Отсутствие части цилиндра означает, что эта часть заполнена веществом с такой же плотностью по модулю и обратной по знаку. Получается, что система состоит как бы из 3-х тел:

1) цилиндр $m = \rho g \pi R^2 h$
2) маленький цилиндр $m_1 = -\rho g \pi \frac{R^2}{4} h = -\frac{m}{4}$
3) маленький цилиндр $m_2 = n\rho g \pi \frac{R^2}{4} h = \frac{nm}{4}$

Тогда:

$$y_{ц.м} = \frac{m \cdot 0 + \left(-\frac{m}{4}\right)\left(-\frac{R}{2}\right) + \frac{nm}{4}\left(-\frac{R}{2}\right)}{m - \frac{m}{4} + \frac{nm}{4}}$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

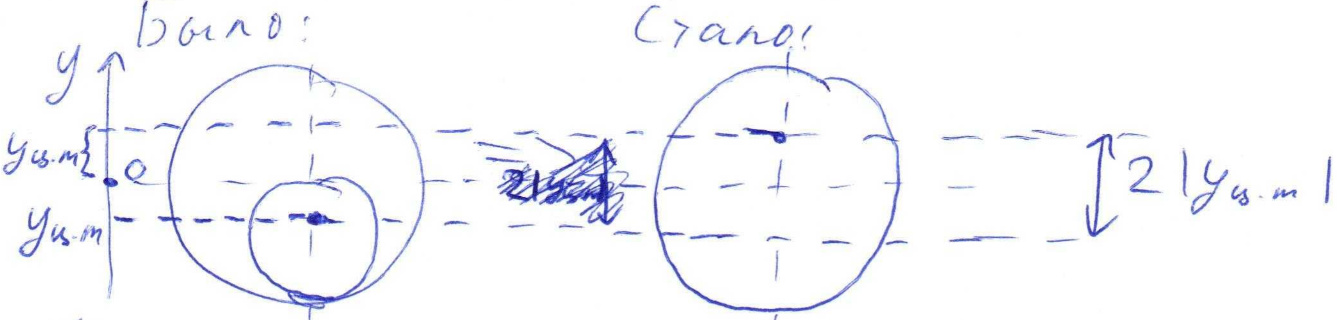
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32536

Продолжение №1):

$$y_{ц.m} = \frac{\frac{m}{4}\frac{R}{2} - n\frac{m}{4}\frac{R}{2}}{\frac{3m}{4} + \frac{mn}{4}} = \frac{\frac{R}{2}(1-n)}{3+n}$$

2) Т.к. цилиндр движется без проскальзывания, то центр пройдет такое же расстояния, что и каждая точка на поверхности цилиндра. Значит, если центр прошел $L = \pi R$, то каждая точка прошла половину оборота:



~~Тог~~ Тогда $A = m_{системы} gh = (m - \frac{m}{4} + \frac{mn}{4}) g \cdot 2|y_{ц.m}|$

$$A = \left(\frac{3m}{4} + \frac{m}{4}n\right) 2 \cdot \left|\frac{\frac{R}{2}(1-n)}{3+n}\right| = \cancel{2} \cdot \frac{m}{4} \cancel{(3+n)} \frac{R}{\cancel{2}} \frac{(n-1)}{\cancel{(3+n)}} =$$

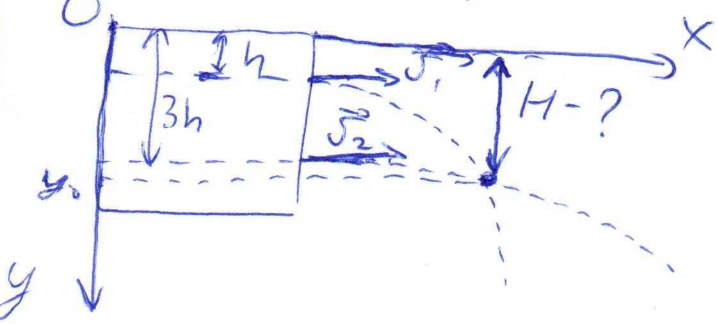
$$= \frac{mR(n-1)}{4} = \frac{mR}{2}$$

Ответ! $A = \frac{mR(n-1)}{4} = \frac{mR}{2}$ $-$

№2)

5Б

Дано:
h; 3h



Продолжение №2):

1) Найдем скорость вытекания воды из щелей:

По ур-ю Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_0 = p_0 + \rho g h \qquad \frac{\rho v_2^2}{2} + p_0 = p_0 + \rho g 3h$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} \qquad v_2 = \sqrt{6gh}$$

2) Введем систему координат XOY

Из кинематики:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

для первой щели:

OY: $y_1 = h + \frac{gt^2}{2}$

OX: $x_1 = v_1 t \Rightarrow t = \frac{x_1}{v_1}$

$\Downarrow$

$$y_1 = h + \frac{g x_1^2}{2 v_1^2} \Rightarrow x_1^2 = \frac{(y_1 - h) 2 v_1^2}{g}$$

для второй щели:

OY: $y_2 = 3h + g\frac{t^2}{2}$

OX: $x_2 = v_2 t \Rightarrow t = \frac{x_2}{v_2}$

$\Downarrow$

$$y_2 = 3h + g\frac{x_2^2}{2 v_2^2}$$

$\Downarrow$

$$x_2^2 = \frac{(y_2 - 3h) 2 v_2^2}{g}$$

Струи воды пересекаются $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \\ y_1 = y_2 = y_0 \end{cases}$$

$$(y_0 - h) v_1^2 = (y_0 - 3h) v_2^2$$

$$y_0 v_1^2 - h v_1^2 = y_0 v_2^2 - 3h v_2^2$$

$$y_0 (v_1^2 - v_2^2) = h v_1^2 - 3h v_2^2$$

$$y_0 = \frac{h(v_1^2 - 3v_2^2)}{v_1^2 - v_2^2} = \frac{h(2gh - 18gh)}{2gh - 6gh} = 4h$$ ⊕

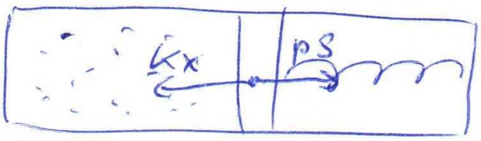
Продолжение №2

Из рисунка $H = y_0 = 4h$ ⊕

Ответ: $H = 4h$

№3

15



$\nu = \nu_{he} + \nu_{ne} = 3 + 2 = 5$

1) Поршень передвигается медленно $\Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ по II з-н Ньютона $kx = pS$

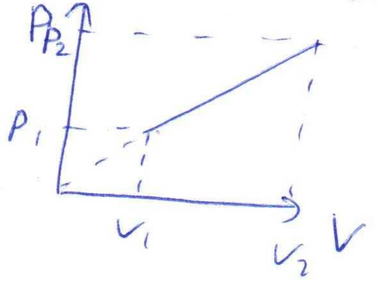
$$p = \frac{kx}{S} = \frac{kxS}{S^2} = \frac{kV}{S^2} = \alpha V$$

(линейная зависимость)

Из ур-я Менделеева-Клапейрона:

$pV = \nu RT$

$\alpha V^2 = \nu RT$



$$A = \frac{P_2 + P_1}{2}(V_2 - V_1) = \frac{\alpha(V_2 + V_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\alpha(V_2^2 - V_1^2)}{2} = \frac{\nu R \Delta T}{2}$$

степени свободы

2) $\Delta U = \frac{i_{he}}{2}\nu_{he} R \Delta T + \frac{i_{ne}}{2}\nu_{ne} R \Delta T = \frac{R\Delta T}{2}(i_{he}\nu_{he} + i_{ne}\nu_{ne})$

3) по первому началу ТД:

$$Q = A + \Delta U = \frac{\nu R \Delta T}{2} + \frac{R \Delta T}{2}(i_{he}\nu_{he} + i_{ne}\nu_{ne})$$

$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\nu R}{2} + \frac{R}{2}(i_{he}\nu_{he} + i_{ne}\nu_{ne})$. Гелий и Неон одноатомные $\Rightarrow i_{he} = i_{ne} = 3$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

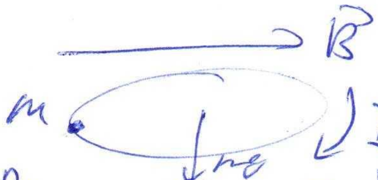
ШИФР 32536

продолжение №3

$$C = \frac{\nu R}{2} + \frac{3R\nu}{2} = \frac{5}{2}\nu R = \frac{25}{2} R = 103,875 \frac{Дж}{К}$$

Ответ: ~~$\frac{5}{2}\nu R$~~ $C = \frac{5}{2}(\nu_{He}+\nu_{Ne})R = \frac{25}{2}R = 103,875\frac{Дж}{К}$ −

№4)



4б

Рассмотрим произвольную точку М.

условие отрыва:

$M_{F_A} \geq M_{mg}$

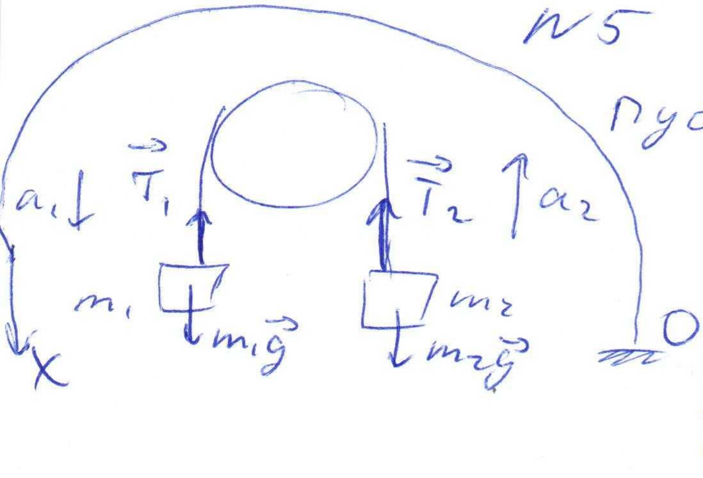
$BIS \geq mgR$

$BI\pi R^2 \geq mgR$

$$\boxed{B \geq \frac{mg}{I\pi R}}$$

Ответ: $B \geq \frac{mg}{I\pi R}$ +

№5



Пусть $m_1 > m_2$

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$

$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$ (т.к. нить легкая, нерастяжимая)

II з-н на OX:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T \\ m_2 a = T - m_2 g \end{cases} \Rightarrow (m_2+m_1)a = g(m_1-m_2)$$

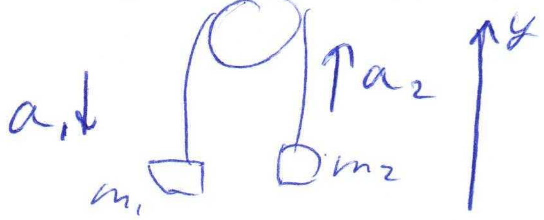
$$a = \frac{g(m_1-m_2)}{m_2+m_1}$$

~~[illegible]~~

ШИФР 32536

продолжение №5):

Найдем ускорение центр масс системы



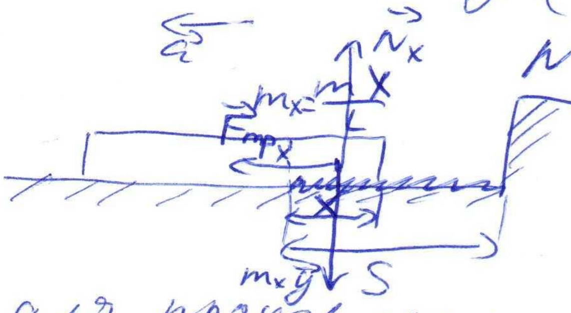
$$a_{цм} = \frac{m_1 a_{1y} + m_2 a_{2y}}{m_1+m_2} =$$

$$= \frac{-m_1 a + m_2 a}{m_1+m_2} = a\frac{(m_2-m_1)}{m_1+m_2} =$$

$$= \frac{-g(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} \qquad |a_{цм}| = g\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2$$

Ответ: $|a_{цм}| = g\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2$ (+)

№6)



Дано: $\upsilon = 1$ м/с 4б
$L = 1,5$ м
$\mu = 0,15$ $S = 0,5$ м
$g = 10$ м/с^2

для произвольного момента времени:
По II з-н Ньютона:

$$\begin{cases} F_{тр\,x} = ma \\ F_{тр} = \mu N(x) = \mu \frac{m}{L} x g \end{cases} \Rightarrow \mu \frac{m}{L} x g = ma$$

$$a = \frac{\mu}{L} x g$$

Получается, что ускорение линейно возрастает, значит его можно заменить на среднее

$$a_{ср} = \frac{a_0 + a_S}{2} = \frac{0 + \frac{\mu}{L} S g}{2} = \frac{\mu g S}{2L} = \frac{\overset{0,05}{\cancel{0,15}}\cdot 10 \cdot 0,5}{\cancel{3}} = 0,25$$

Из кинематики:

$$S = \upsilon_0 t - \frac{a_{ср} t^2}{2}$$

$$t = \frac{\upsilon_0 \pm \sqrt{\upsilon_0^2 + 2a_{ср} S}}{a_{ср}} = \left[\begin{array}{l} \frac{1 \textcircled{+} \sqrt{1 + 2\cdot 0,25\cdot 0,5}}{0,25} = \boxed{8,47} \text{ физический корень} \\ \frac{1 \textcircled{-} \sqrt{1,25}}{0,25} = -0,47 - \text{не уд. смыслу} \end{array}\right.$$

Ответ: $t = \frac{\left(\upsilon_0 + \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2\mu g S^2}{2L}}\right) L}{\mu S g} \approx 8,47$ с (−)