

ШИФР 19396

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНЦТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	2	0	12	12	12	0	0	50	пятьдесят	Б

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + \left(0,2\right)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} = \\
 &= \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^{-4} \cdot 5^{-4} + \left(2^{-\frac{6}{3}}\right)^{-3} \cdot 2^2}{2 + \sqrt{3} + 2(\sqrt{2-\sqrt{3}})(\sqrt{2+\sqrt{3}}) + 2 - \sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \\
 &= \frac{3 + 1 + 4}{2 + 2 + 2} \cdot 0,6 = 0,8.
 \end{aligned}$$

По условию $A \cdot 0,1 = B \Rightarrow A = 10B$

$A = 10 \cdot 0,8 = 8$

Ответ: $A = 8$

Б2 Пусть производительность одного какаша x , внешнимощ первого танкера - I , а внешнимощ второго танкера - II , тогда зная, что 4 какаша закончили I и $\frac{1}{3}II$ за 11 составим уравнение

$\frac{I}{4x} + \frac{II}{12x} = 11$, выразим через него x через I и II

(1) $\frac{12I + 4II}{48x} = 11$

$x = \frac{3I + II}{132}$, зная что 3 какаша закончили I и $\frac{1}{4}II$ за 13, составим

второе уравнение и выразим через него I

$\frac{I}{3x} + \frac{II}{4x} = 13 \parallel (4I + 3II) = 13$

$\frac{4I + 3II}{12x} = 13$
подставим x
 $44I + 33II = 54I + 18II$
 $I = 1,5II$, подставим это в (1)

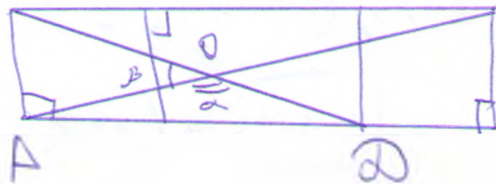
Найдем $\frac{II}{3x} = \frac{1320}{55 \cdot 3x} = 8$

Ответ: Три какаша закончили
второй танкер за 8 часов

$\frac{18II + 4II}{48x} = 11$

$\frac{II}{x} = \frac{1320}{55} \cdot x$

№3) C



В Найти β .

$\triangle AOD \sim \triangle BOD$ (по 2 углам
 $\angle OAD = \angle OBC$ (как стороны квадрата
параллельны) и $\angle AOD = \angle BOC$ (верши)).

$k = \frac{2}{3}$, пусть стороны квадрата a , тогда найдем
 AB и OD

$$AB = \sqrt{9a^2 + 4a^2} = a\sqrt{13} \quad OD = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = a\sqrt{2} \quad (\text{по т. Пифагора})$$

$$\text{тогда } AO = \frac{a\sqrt{13}}{2} \quad \text{и } OD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad (\text{по подобия})$$

через теорему косинусов найдем α

$$\text{из } AD^2 = AO^2 + OD^2 - 2AO \cdot OD \cos \alpha$$

$$\text{или } \frac{a^2 40}{25} + \frac{a^2 20}{25} - \frac{8\sqrt{26}a^2}{25} \cos \alpha = a^2$$

$$\frac{20}{2} - \frac{12}{5} = -\frac{8\sqrt{2}}{5} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 135^\circ$$

$$\beta = 180 - \alpha = 180 - 135^\circ$$

$$\beta = 45^\circ$$

Ответ: угол между AB и $OD = 45^\circ$



84

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \sqrt{1+x} - 1$$

$$g(x) = \sqrt{1-x} - 1$$

$$r(x) = \frac{1}{4}x$$

$f(x)$ - монотонно возрастающая функция

$g(x)$ - монотонно убывающая функция

$\Downarrow$

$f(x) \cdot g(x) \Rightarrow$ монотонно убывающая функция

$r(x) =$ монотонно возрастающая функция

$\Downarrow$

$$f(x) \cdot g(x) = r(x) \text{ ~~имеет решение~~}$$

данное уравнение имеет только одно
решение, найдем корень, например $x=0$,

проверим

$$(\sqrt{1+0} - 1)(\sqrt{1-0} + 1) = 0 \cdot \frac{1}{4}$$

$$0 = 0$$

$x=0$, нам подходит $\Rightarrow$ это и есть наш ответ

Ответ: $x=0$



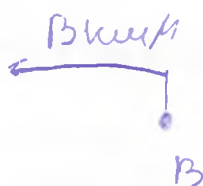
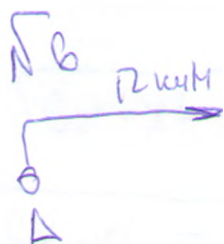
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19396



$$AB = 75 \text{ м}$$

$$v_1 = 12 \text{ км/ч}, v_2 = 13 \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{собака}} = 15 \text{ км/ч}$$

Из условия мы знаем, что собака будет бежать от одного велосиста к другому пока они не встретятся. ~~Найдем~~ Найдем t - время через которое велосисты встретятся.

$$t = \frac{AB}{v_1 + v_2} = \frac{75 \text{ м}}{12 \text{ км/ч} + 13 \text{ км/ч}} = 34$$

$$\Rightarrow \text{собака пробежит } 15 \text{ км/ч} \cdot 34 = 45 \text{ км}$$

Ответ: 45 км

$$\sqrt{7} \sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$$

$$\sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{7-2x}$$

$$6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12 + 2\sqrt{(8x-x^2-12)(7-2x)} + 7-2x$$

$$0 \geq 2\sqrt{(8x-x^2-12)(7-2x)}$$

Неравенство имеет вид
тогда и только тогда, когда
подкоренное выражение равно
нулю, т.к. корень ≥ 0

$$(8x-x^2-12)(7-2x) = 0$$

$$8x-x^2-12=0 \quad 7-2x=0$$

$$x^2-8x+12=0$$

по Т.Вьетера

$$x=2 \quad x=6 \text{ (не подходит по ОДЗ)}$$

$$\text{Ответ: } x=2, x=3,5$$

ОДЗ

$$8x-x^2-5 \geq 0$$

$$7-2x \geq 0$$

$$8x-x^2-12 \geq 0$$

$(x-1)(x-5)$ по Т.Вьетера

$$x^2-6x+5 \leq 0 \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 1 \quad 5 \end{array}$$

$$2x-7 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3,5$$

$8x(x-2)(x-6)$ по Т.Вьетера

$$x^2-8x+12 \leq 0 \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 2 \quad 6 \end{array}$$

$$1 \leq x \leq 5$$

$$x \leq 3,5$$

$$2 \leq x \leq 6$$

$\Downarrow$

$$2 \leq x \leq 3,5$$



√8)

$$\cos x + \cos y = \sin^2 x \quad (1)$$

ОДЗ

$$\cos x \geq 0$$

$$\sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x$$

$$+ \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$



$$\cos x + \sin x = 1 \quad | \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

~~Решение~~

Решим уравнение $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ и найдем y

Решим уравнение $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ и найдем y

$$\cos \frac{\pi}{2} + \cos y = \sin^2 \frac{\pi}{2}$$

$$1 + \cos y = 0$$

$$0 + \cos y = 1$$

$$\cos y = -1$$

$$y = 2\pi m \Rightarrow y = 2\pi n$$

~~Решение~~

$$y = \pi + 2\pi l$$

Ответ:

$$y = 2\pi m, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ (1; 2; 0; 0) \quad m \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \pi + 2\pi l; x = 2\pi n \\ l \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2$$

Использовать только эту сторону,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19396

10)

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a - 8 < 0$$

$$a \in (2; 4)$$

$a = 3$, так как $a \in (2; 4)$

$$(32-30)x - 3 - 8 < 0$$

$$3x - 11 < 0$$

$$x < \frac{11}{3}$$

Ответ: $\frac{11}{3}$