ГАЗПРОМ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

обратная сторона не проверяется!

ШИФР 24172

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	8	2	0	12	0	8	0	0	38	тридцать восемь	

Задача 1)

$$B = \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{3^9} + \frac{10^4}{2^4 \cdot 5^4} + \sqrt[3]{64}}{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2 \cdot 1} = \frac{3+1+4}{6} \cdot 1 \cdot 0{,}6 =$$

$$= \frac{8 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{8}{10} = 0{,}8, \text{ а т.к. } B = \frac{A}{10} \Rightarrow$$

$A = 0{,}8 \cdot 10 = 8$ Ответ: 8

Задача 2) Пусть производительность насосов U объем I танкера x, второго y, т.е.:

$$\begin{cases} \frac{x+\frac{y}{3}}{4 \cdot U} = 12, \\ \frac{x}{3U} + \frac{\frac{y}{4}}{U} = 18; \end{cases}$$

вычитая из ~~второго~~ первое, получим:

$$18 - \frac{x}{3U} - 11 + \frac{x}{4U} = \left(7 - \frac{x}{12U}\right) = \frac{y}{6U}$$

Из первого получим: $\frac{x}{4U} = 11 - \frac{y}{12U} \Rightarrow$

$$7 - \frac{11 - \frac{y}{12U}}{3} = \frac{y}{6U}$$

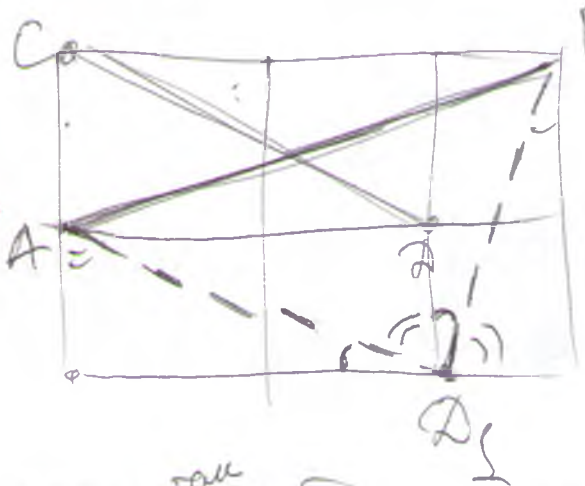
$$21 - 11 + \frac{y}{12v} = \frac{y}{2v}$$

$$10 = \frac{y}{2v} - \frac{y}{12v} = y\frac{5}{12v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 2 = \frac{y}{12v} \Rightarrow 8 = \frac{y}{3v}, \text{ т.е.}$$

за 8 часов три насоса бы наполнили вторую танкер. Ответ: 8 часов

Задача 3)



Развернем сетку, так чтобы одной клеточкой был один наш квадрат. И перенесем CD параллельно на одну клеточку вниз и получим AD_2

Заметим, что тогда угол между прямыми сохранился. Рассмотрим $\triangle AD_1B$, очевидно $\angle AD_2B = 90^\circ$ и $AD_1 = D_1B$, т.к. диагонали в одинаковых прямоугольниках. (2)

Значит это прямоугольный и равнобедренный треугольник (т.е. другие углы по 45°, а т.к. угол при параллельном переносе не изменился, то он тоже равен 45°

Ответ: 45°

Задача 4) ОДЗ: $1+x \geq 0 \quad 1-x \geq 0 \Rightarrow$

$x \geq -1 ; 1 \geqslant x$

Пусть $1+x = a^2 \Rightarrow 1-x = 2-a^2 \Rightarrow x = a^2-1 = (a-1)(a+1)$

т.е. наше выражение равно:

$(a-1)(\sqrt{2-a^2}+1) = \frac{(a^2-1)}{4} = (a-1)(a+1) \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow$

$4\sqrt{2-a^2}+4 = a+1$

$4\sqrt{2-a^2} = a-3$

$16(2-a^2) = a^2-6a+9$

$17a^2-6a-23=0$

$D = 36+23\cdot 17\cdot 4 = 36+1564 = 1600 = 40^2$

$a_1 = \frac{6+40}{17\cdot 2} = \frac{23}{17} ; a_2 = \frac{6-40}{34} = -1$

т.е. $X = (-1)^2-1 = 0$ или $x = \left(\frac{23}{17}\right)^2-1 = \frac{6\cdot 40}{17} > 1$, т.е. не

проходит под ОХ

значит $x = 0$ Ответ: 0

Задача 5) $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow$

Наше выражение равно

$\sin 5^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 85^\circ$

$\cos 5^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ \Rightarrow$

Надо док-ть, что

$\sin 5^\circ \sin 25^\circ \sin 35^\circ \sin 85^\circ = \cos 5^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ \cos 85^\circ$

Задача 6) Заметим, что собака бежит равно столько времени, сколько нужно чтобы велосип. встретились, т.е. нужно решить уравнение:

$12t + 13t = 75$ (где t - время их подъема) и в сумме они пройдут 75 км

$25t = 75$

$t = 3$ ч., т.е. $S_{собаки} = 5 \cdot t = 15 \cdot 3 = 45$ км

Ответ: 45 км.

Задача 8) $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x, \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x. \end{cases}$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \cos x + \cos y = 1 - \cos^2 x =$

$= 1 - (\sqrt{\sin x - \cos y})^2 = 1 - \sin x + \cos y$

$\cos x = 1 - \sin x$ $\quad \cos x = \pm\sqrt{1 - \sin^2 x}$

$1 - \sin x = \pm\sqrt{1 - \sin x}$ возведем в квадрат

$1 + \sin^2 x - 2\sin x = 1 - \sin^2 x$

$2\sin^2 x - 2\sin x = 0$

$2\sin x(\sin x - 1) = 0$

$\sin x = 0$ или $\sin x - 1 = 0$, $\sin x = 1$

т.е.

$x = \pi k$ или $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, где k – целое.

~~Ответ~~ $\sin x - \cos y \geq 0$

$\sin x \geq \cos y \Rightarrow$ при $x = \pi k$ $\frac{\pi}{2} \cdot l \leq y \leq \frac{3\pi}{2} l$

при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ y – любое $\quad l$ – целое

Задача 7) Пусть $7-2x=a^2$

$$x=\frac{7-a^2}{2}$$

Подставим это под x в наше выражение получим:

$$\sqrt{\frac{21\cdot 4-12a^2-49-a^4+14a^2-20}{4}}-a \geq ?$$

$$\geq ? \sqrt{\frac{28\cdot 4-16a^2-49-a^4+14a-48}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{-a^4+2a^2+15}{4}}-a \geq ? \sqrt{\frac{-a^4-2a^2+15}{4}}$$

$-a^4+2a^2+15=-(a^2-5)(a^2+3)$ - нетрудно проверить

$-a^4-2a^2+15=-(a^2+5)(a^2-3)$

$$\frac{\sqrt{-(a^2-5)(a^2+3)}}{2}-\frac{\sqrt{-(a^2+5)(a^2-3)}}{2}\geq a$$