



ШИФР

25926

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания Казань

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	2	6	12	12	16	16	0	72	сильнее рба	

$$1. B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64)^{-\frac{1}{3}}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^{-1} \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 64^{\frac{1}{3}}}{2+\sqrt{3} + 2-\sqrt{3} + 2\sqrt{4-3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{3+1+4}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{10}$$

$$0,1 A = B \Rightarrow A = \frac{B}{0,1} = B \cdot 10 = \frac{8}{10} \cdot 10 = 8$$

Ответ: 8

2. Пусть производительность одного насоса равна V
 S_1 - объём первого танкера, S_2 - объём второго танкера.

$$\begin{cases} \frac{S_1 + \frac{1}{3} S_2}{4V} = 11 \\ \frac{S_1}{3V} + \frac{\frac{1}{4} S_2}{V} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3S_1 + S_2}{12V} = 11 \\ \frac{4S_1 + 3S_2}{12V} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3S_1 + S_2 = 11 \cdot 12V \\ 4S_1 + 3S_2 = 18 \cdot 12V \end{cases}$$

$$S_2 = 11 \cdot 12V - 3S_1 = \frac{18 \cdot 12V - 4S_1}{3}$$

$$11 \cdot 12 \cdot 3V - 9S_1 = 18 \cdot 12V - 4S_1$$

$$= 9S_1 - 4S_1$$

$$12V(33-18)$$

$$12 \cdot 15V = 5S_1$$

$$12 \cdot 3V = S_1$$

$$36V = S_1$$

$$\frac{S_1}{V} = 36$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 25926

$$\frac{S_1}{4V} + \frac{1 \cdot S_2}{12V} = 11$$

$$\frac{S_1}{4V} = \frac{1}{4} \cdot \frac{S_1}{V} = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9$$

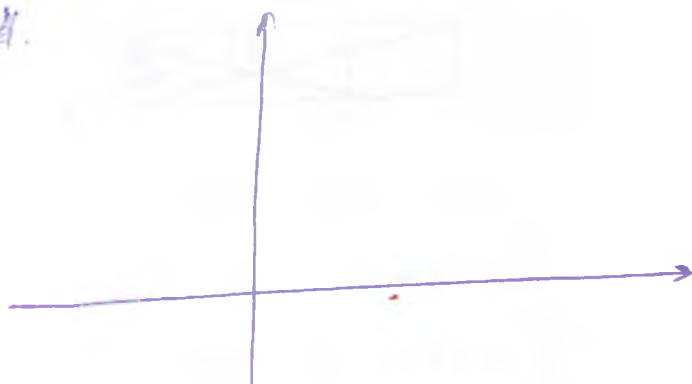
$$\frac{S_2}{12V} = 11 - 9 = 2$$

$$\frac{S_2}{V} = 2 \cdot 12 = 24$$

$$\frac{S_2}{3V} = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$$

Ответ: 8

4.



$$4. (\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$$

$$1) f(x) = \sqrt{1+x} - 1 \quad \text{ОДЗ } x \geq -1$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}}, \quad f'(x) > 0 \Rightarrow f(x) \text{ возрастает на всей о.о.н. опред.}$$

$$2) g(x) = \sqrt{1-x} + 1 \quad \text{ОДЗ } x \leq 1$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-x}}, \quad g'(x) < 0 \Rightarrow g(x) \text{ убывает на всей о.о.н. опред.}$$

$$\downarrow$$

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x \quad \text{— имеет одну корень.}$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 0$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

25 926

4. Ответ: 0

$$f(x) = \sqrt{1+x} - 1 \quad \text{ODЗ } x \geq -1$$

$f(x)$ возрастает на ODЗ

$$g(x) = \sqrt{1-x} + 1 \quad \text{ODЗ } x \leq 1$$

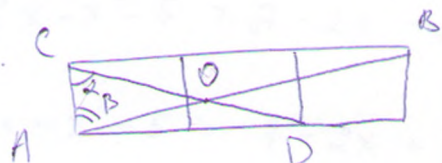
убывает на ODЗ

↓

$f(x) \cdot g(x)$ имеет один корень
 $x = 0$

$$(\sqrt{1+0} - 1)(\sqrt{1-0} + 1) = \frac{1}{4} \cdot 0$$

3. C



$$\angle COA = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\angle COA = \pi - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad & \frac{\operatorname{tg}(50^\circ - 35^\circ) \operatorname{tg}(50^\circ + 35^\circ) (\operatorname{tg}(30^\circ - 5^\circ) \operatorname{tg}(30^\circ + 5^\circ))}{\sin(50^\circ + 35^\circ) \sin(50^\circ - 35^\circ) \sin(30^\circ - 5^\circ) \sin(30^\circ + 5^\circ)} = 1 \\ & = \frac{\sin(50^\circ + 35^\circ) \sin(50^\circ - 35^\circ) \sin(30^\circ - 5^\circ) \sin(30^\circ + 5^\circ)}{\cos(50^\circ + 35^\circ) \cos(50^\circ - 35^\circ) \cos(30^\circ - 5^\circ) \cos(30^\circ + 5^\circ)} = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} = \frac{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{2 \cdot (-2) \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}} = 1$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$

$$u = \frac{v}{c}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

25926

6. Судама будет ехать столько времени, пока 2 велосипедиста не встретятся. $t_{\text{встр.}} = \frac{75}{v_1 + v_2} = \frac{75}{12 + 13} = \frac{75}{25} = 3$
Судама проедет $t_{\text{встр.}} \cdot v_{\text{суд.}} = 3 \cdot 15 = 45 \text{ км}$

Ответ: 45 км

$$7. \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} > \sqrt{8x - x^2 - 12} \quad \uparrow^2$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [2; 3,5]$$

$$\begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [2; 3,5]$$

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} > \sqrt{7 - 2x} + \sqrt{8x - x^2 - 12} \quad \uparrow^2$$

$$6x - x^2 - 5 > 7 - 2x + 8x - x^2 - 12 + 2\sqrt{(7 - 2x)(8x - x^2 - 12)}$$

$$0 > 2\sqrt{(7 - 2x)(8x - x^2 - 12)}$$

$\Downarrow$

$$(7 - 2x)(8x - x^2 - 12) = 0$$

$$x = 3,5 \quad x = 2, \quad x = 6 (\text{не ур. ОДЗ})$$

Ответ: 2; 3,5

$$8. \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \quad \uparrow^2 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} \cos x + \cos y \geq 0 \\ \sin x - \cos y \geq 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y = \sin^2 x - \cos x \\ \cos y = \sin x - \cos^2 x \end{cases}$$

$$\sin^2 x - \cos x = \sin x - 1 + \sin^2 x$$

$$1 = \cos x + \sin x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \rightarrow \frac{\pi}{4} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi k = \frac{\pi}{4} + x, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

~~Итого: $x = 2\pi k$ и $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$~~



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

25926

1. $\cos x + \cos y = \sin^2 x$

$$\cos(2\pi k) + \cos y = \sin^2(2\pi k)$$

$$\cos y = 0 - 1 = -1 \rightarrow y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2. $\cos x + \cos y = \sin^2 x$

$$\cos \frac{\pi}{2} + \cos y = \sin^2 \frac{\pi}{2}$$

$$0 + \cos y = 1$$

$$\cos y = 1$$

$$y =$$

Ответ: $x = 2\pi k, y = \pi + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, y = 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}$$

9. $\frac{x+2015-x-2014}{(x+2014)(x+2015)} = \frac{1}{x+2014} - \frac{1}{x+2015}$

$$\frac{1}{x+2014} - \frac{1}{x+2015} + \frac{1}{x+2015} - \frac{1}{x+2016} + \frac{1}{x+2016} - \frac{1}{x+2017} + \frac{1}{x+2017} - \frac{1}{x+2018} =$$

$$= \frac{1}{x+2014} - \frac{1}{x+2018} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{x+2018-x-2014}{(x+2014)(x+2018)} = \frac{1}{999999} = \frac{4}{(x+2014)(x+2018)}$$

$$x^2 + (2014+2018)x + 2014 \cdot 2018 = 4 \cdot 999999$$

$$x^2 + 4032x + 64256 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4032 \pm \sqrt{4000}}{2} = \frac{-2016 \pm 2000}{2}$$

$$x_1 = -4016$$

$$x_2 = -16$$

Ответ: -4016, -16



ШИФР

25 926

$$10 \quad (2a-6)x^2 + (32-10a)x - a - 8 < 0$$

$$2ax^2 - 6x^2 + 32x - 10ax - a - 8 < 0$$

$$2ax^2 - 10ax - a < 6x^2 - 32x + 8$$

$$a(2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$a < 4$$

$$4(2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$8x^2 - 40x - 4 < 6x^2 - 32x + 8$$

$$2x^2 - 8x - 12 < 0$$

$$x^2 - 4x - 6 < 0$$

$$x^2 - 4x - 6 < 0$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus (2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$$

$$a > 2$$

$$4x^2 - 20x - 2 < 6x^2 - 32x + 8$$

$$2x^2 - 12x + 10 > 0$$

$$x^2 - 6x + 5 > 0$$

$$x \in (-\infty; 3) \cup (2; +\infty)$$

$$a(1 - 2x^2 + 10x) > -6x^2 + 32x - 8$$

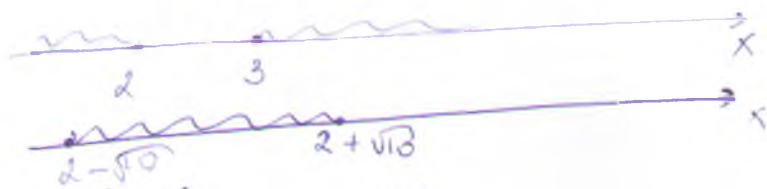
$$a < 4$$

$$4 - 8x^2 + 40x > -6x^2 + 32x - 8$$

$$2x^2 - 8x - 12 < 0$$

$$x^2 - 4x - 6 < 0$$

$$x \in (2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$$



Ответ: $x \in \mathbb{R}$