ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29502

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	0	0	8	12	6	10	0	8	52	пятьдесят два	

№1

$$A=\frac{2^{-2}+2018^{0}}{(0,5)^{-2}-5\cdot(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}+4,75=\frac{\frac{1}{4}+1}{4-\frac{5}{4}+\frac{9}{4}}+4,75=\frac{\frac{5}{4}}{\frac{16-5+9}{4}}+4,75=$$

$$=\frac{5}{20}+4,75=\frac{1}{4}+4\frac{3}{4}=5$$

60% от $A=\frac{3}{5}\cdot\frac{60}{100}\cdot\frac{1}{2}=3$

Ответ: 0,6A=3

№2

Новатэк	Роснефть	Лукойл	Газпромнефть
2x	5x	x	0,3·5x=1,5x

$5x-2x-x-1,5x=8$ млрд. $м^3$

$0,5x=8$ млрд. $м^3$

$x=16$ млрд. $м^3$

V(Новатэк) = 2·16 млрд. $м^3$ = 32 млрд. $м^3$

V(Роснефть) = 5·16 млрд. $м^3$ = 80 млрд. $м^3$

V(Лукойл) = 16 млрд. $м^3$

V(Газпромн.) = 1,5·16 млрд. $м^3$ = 24 млрд. $м^3$

Ответ: объёмы добычи составили:

V(Новатэк) = 32 млрд. $м^3$; V(Роснефть) = 80 млрд. $м^3$;

V(Лукойл) = 16 млрд. $м^3$; V(Газпромнефть) = 24 млрд. $м^3$.

№4

$\sqrt{x^2-3x+1} - x = -1$

$\sqrt{x^2-3x+1} = x-1$

$\begin{cases} x^2-3x+1 = (x-1)^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-3x+1 = x^2-2x+1 \\ x \geq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$ $\varnothing$

ОДЗ:

$x^2-3x+1 \geq 0$

$D = 9-4 = 5$

$+ \quad - \quad +$

$\frac{3-\sqrt{5}}{2} \quad \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

Ответ: нет решений

№5

$\frac{\sin^4\alpha + \cos^4\alpha - 1}{\sin^6\alpha + \cos^6\alpha - 1} = \frac{2}{3}$

$\sin^6\alpha + \cos^6\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha =$

$= \sin^2\alpha(\sin^4\alpha - 1) + \cos^2\alpha(\cos^4\alpha - 1) =$

$\sin^4\alpha + \cos^4\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha =$

$= \sin^2\alpha(\sin^2\alpha - 1) + \cos^2\alpha(\cos^2\alpha - 1) =$

$= -\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha - \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha =$

$= -2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$

$= \sin^2\alpha(\sin^2\alpha+1)(\sin^2\alpha-1) + \cos^2\alpha(\cos^2\alpha-1)(\cos^2\alpha+1) = -\sin^2\alpha\cos^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+1+1) =$

$\sin^2\alpha+1$ (*); $\sin^2\alpha-1 = -\cos^2\alpha$; $\cos^2\alpha-1 = -\sin^2\alpha$; $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$

$= -3\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

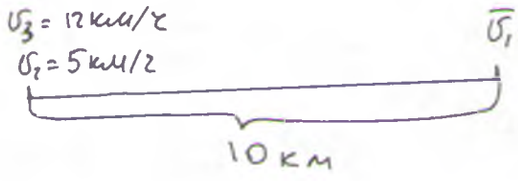
$\frac{-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}{-3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha} = \frac{2}{3}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29502

~6



Оса будет летать между ними, пока второй не догонит первого. На это уйдет время:

$$t = \frac{10}{5-3} = 5 \text{ ч}$$

За это время оса пролетит расстояние s:

$$S = 5 \cdot 12 = 60 \text{ км}$$

Ответ: оса пролетела 60 км.

~7

$$\left(\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x}\right)^2 \geq \left(\sqrt{9x-x^2-18}\right)^2$$

$$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 2\sqrt{(8x-x^2-7)(11-x)} \geq 9x - x^2 - 18$$

$$-2\sqrt{(8x-x^2-7)(11-x)} \geq 2x - 22$$

$$\sqrt{(8x-x^2-7)(11-x)} \leq 11 - x$$

$$\begin{cases} (8x-x^2-7)(11-x) \leq (11-x)^2 \\ 11 - x \geq 0 \end{cases}$$

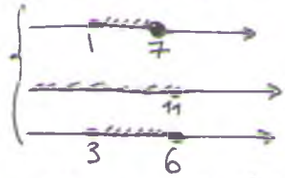
$$8x - x^2 - 7 - 11 + x \leq 0$$

$$x^2 - 9x + 18 \geq 0$$

$x_1 = 3 \quad x_2 = 6$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \sqrt{8x-x^2-7} \geq 0 \\ \sqrt{11-x} \geq 0 \\ \sqrt{9x-x^2-18} \geq 0 \end{cases}$$



ОДЗ $\Rightarrow x \in [3;6]$

Т. к. корни уравнения совпадают с границами ОДЗ, то нужно просто проверить данный промежуток подстановкой

$x = 4 \Rightarrow \sqrt{32-16-7} - \sqrt{7} \geq \sqrt{36-16-18}$

$$\sqrt{9} - \sqrt{7} \geq \sqrt{2}$$

$$9 + 7 - 2\sqrt{63} \geq 2$$

$$14 \geq 2\sqrt{63}$$

$$196 \geq 126$$

Ответ: $x \in [3;6]$

~ 8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x - 1 = \sin y \sin x \\ \cos^2 x - 1 = \cos y \cdot \cos x \end{cases}$$

ОДЗ: $\cos x \neq 0$, $\sin x \neq 0$

Сложим эти два уравнения: $-1 = \sin y \cdot \sin x + \cos y \cdot \cos x$

$$\begin{cases} y = -\frac{\pi}{2} - x + 2\pi m \\ \sin^2 x - 1 = \sin y \sin x \end{cases}$$

$\sin(x+y) = -1$

$x + y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m$

$y = -\frac{\pi}{2} - x + 2\pi m$

$\sin^2 x - 1 = \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin x$

$\sin^2 x - 1 = -\cos x \sin x$

$\cos^2 x - 1 = \cos y \cdot \cos x = \cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin x$

$\cos^2 x - 1 = -\sin x \cos x = \sin^2 x - 1$

$\cos^2 x - x = \sin^2 x - x \quad | : \cos^2 x$

$1 \quad tg^2 x = 1$

$tg x = 1$ $\qquad$ $tg x = -1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$ $\qquad$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$

$y = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + 2\pi m - \pi n$ $\qquad$ $y = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} + 2\pi m - \pi n$

$y = -\frac{3\pi}{4} + \pi(2m - n)$ $\qquad$ $y = -\frac{\pi}{4} + \pi(2m - n)$

$2m - n = k$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{3\pi}{4} + \pi k\right); \left(-\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi k\right)$

k, m, n – целые.

~10

$(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$

$4x^2-2ax^2+13ax-27x+33-13a>0$

$a(-2x^2+13x-13)+4x^2-27x+33>0$

$a(2x^2-13x+13)<4x^2-27x+33$

$\begin{cases} a<\dfrac{4x^2-27x+33}{2x^2-13x+13} \\ 1<a<3 \end{cases}$

$3\le\dfrac{4x^2-27x+33}{2x^2-13x+13}$

$\dfrac{4x^2-27x+33-6x^2+39x-39}{2x^2-13x+13}\ge 0$

$\dfrac{-2x^2+12x-6}{2x^2-13x+13}\ge 0$

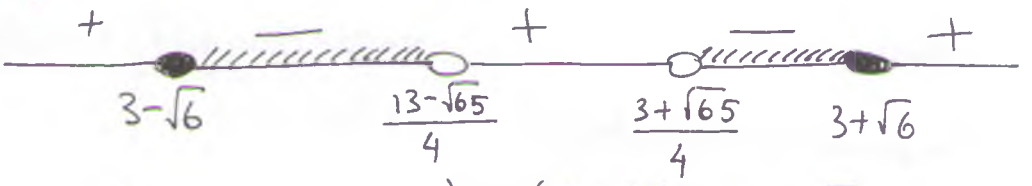
$\dfrac{2x^2-12x+6}{2x^2-13x+13}\le 0$

$=\ x^2-6x+3=0$ | $2x^2-13x+13=0$

$\frac{D}{4}=9-3=6$ | $D=169-4\cdot13\cdot2=13\cdot5=65$

$x=3\pm\sqrt{6}$ | $x=\dfrac{13\pm\sqrt{65}}{4}$

Но



Ответ: $x\in\left[3-\sqrt{6};\ \dfrac{13-\sqrt{65}}{4}\right)\vee\left(\dfrac{3+\sqrt{65}}{4};\ 3+\sqrt{6}\right]$