ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР _____

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

10-87

10-87

Дисциплина	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										

Фамилия	М	У	Х	У	Т	Д	И	Н	О	В	А									
Имя	Д	И	Н	А																
Отчество	Р	А	Д	И	К	О	В	Н	А											

№ школы	8	3																		
Населенный пункт	У	Ф	А																	

Номер варианта	2	1	

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 10-87

Класс 11 **Вариант** 21 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	16	6	8	12	12	62	Шестьдесят два	

№1

$$1000\cdot\left(\frac{\frac{10}{3}\cdot\frac{3}{4\sqrt{5}}-\frac{5}{4}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}+\frac{5}{\sqrt{5}}+2\sqrt{5}-\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{10}}}{\frac{7}{2}\cdot4\sqrt{2}-\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{2}{2\sqrt{2}}+\frac{6\sqrt{2}}{3}-140\cdot\sqrt{\frac{2}{100}}}\cdot\sqrt{\frac{2}{5}}+1{,}017\right)=1000\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{5}+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{14\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}-14\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{2}{5}}+1{,}017\right)=1000\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}+1{,}017\right)=$$

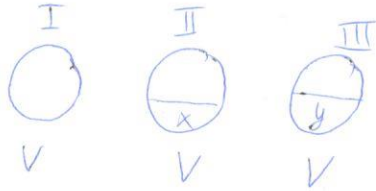
$=1000\cdot2{,}017=2017$ Ответ: 2017 (+) 4б

№2

I – 100 л/мин

II – 60 л/мин

III – 80 л/мин.



$\frac{x}{y}=?$

$$\frac{V}{100}=\frac{V-x}{60}=\frac{V-y}{80}$$

$60V=100V-100x$

$100x=40V$

$2{,}5x=V$

$x=\frac{V}{2{,}5}$

$80V=100V-100y$

$100y=20V$

$y=\frac{V}{5}$

$$\frac{x}{y}=\frac{V}{2{,}5}\cdot\frac{5}{V}=2$$

Ответ: 2. (+) 4б

№5

$$\frac{2\sin^2 2\alpha+8\sin^2\alpha-8}{1-8\sin^2\alpha-\cos 4\alpha}=\operatorname{ctg}^4\alpha$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

№5 (продолжение)

$\cos 4\alpha = 1 - \sin^2 2\alpha = 1 - 8\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$$\frac{2\sin^2 2\alpha + 8\sin^2\alpha - 8}{1 - 8\sin^2\alpha - \cos 4\alpha} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$$\frac{8\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 8\sin^2\alpha - 8}{1 - 8\sin^2\alpha - 1 + 8\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$$\frac{8\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 8(\sin^2\alpha - 1)}{8\sin^2\alpha(-1 + \cos^2\alpha)} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$$\frac{8\sin^2\alpha\cos^2\alpha - 8\cos^2\alpha}{8\sin^2\alpha(-1 + \cos^2\alpha)} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$\sin^2\alpha - 1 = -\cos^2\alpha$

$\cos^2\alpha - 1 = -\sin^2\alpha$

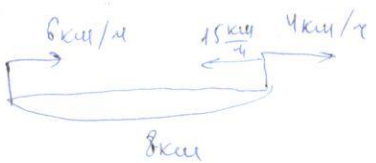
$$\frac{8\cos^2\alpha(\sin^2\alpha - 1)}{8\sin^2\alpha(-1 + \cos^2\alpha)} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$$\frac{-8\cos^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}{-8\sin^2\alpha\cdot\sin^2\alpha} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$$\frac{\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha} = \operatorname{ctg}^4\alpha$$

$\operatorname{ctg}^4\alpha = \operatorname{ctg}^4\alpha$ ✓ 85

№6



$6 - 4 = 2$ (км/ч) – скорость, с которой путешественники приближаются друг к другу

$8 : 2 = 4$ (ч) – до их встречи

$4 \cdot 15 = 60$ (км) – пробежит собака

Ответ: 60км ✓ 125

№7

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

№7

$1+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

Методом математической индукции.

1) $n=1$

$1=\left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2$

$1=1$

2) Допустим, $n=k$

$1+2^3+3^3+\ldots+k^3=\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$ – допустим, это верно, выполняется.

3) $1+2^3+3^3+\ldots+k^3+(k+1)^3=\left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2$

$\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2+(k+1)^3=\left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2$

$\frac{k^2(k+1)^2}{4}+(k+1)^3=\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$

$k^2(k+1)^2+4(k+1)^3=(k+1)^2(k+2)^2$

$(k+1)^2(k^2+4k+4)=(k+1)^2(k+2)^2$

$(k+1)^2(k+2)^2=(k+1)^2(k+2)^2$

Что и требовалось доказать. +1 12б

№9

$2\sin 6x\cos 3x+\cos 6x<-1$ $\quad\cos 6x=2\cos^2 3x-1$

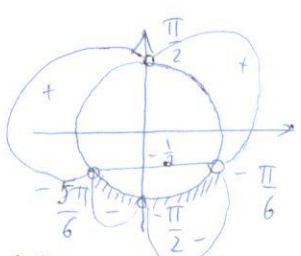
$2\sin 6x\cos 3x+2\cos^2 3x-1<-1$

$2\sin 6x\cos 3x+2\cos^2 3x<0$

$\sin 6x\cos 3x+\cos^2 3x<0$

$2\sin 3x\cos^2 3x+\cos^2 3x<0$

$\cos^2 3x(2\sin 3x+1)<0$



$-\frac{5\pi}{6}+2\pi k<3x<-\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$

$-\frac{\pi}{2}+2\pi k<3x<-\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$

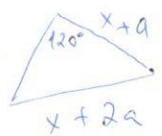
$$\left[\begin{array}{l} -\frac{5\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3} < x < -\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3}, \quad k\in Z \\ -\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3} < x < -\frac{\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3}, \quad k\in Z \end{array}\right.$$

Ответ: $x\in\left(-\frac{5\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3};\ -\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3}\right)\cup\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3};\ -\frac{\pi}{18}+\frac{2\pi k}{3}\right)$, где $k\in Z$

-5

16б

4.



Теорема косинусов.

$$(x+2a)^2 = x^2 + (x+a)^2 + 2x(x+a)\cdot\frac{1}{2}$$

$$x^2+4ax+4a^2 = x^2+x^2+2ax+a^2+x^2+ax$$

$$x^2+4ax+4a^2 = 3x^2+3ax+a^2$$

$$2x^2-ax-3a^2=0$$

$$D = a^2+24a^2 = 25a^2$$

$$x = \frac{a\pm 5a}{4} \Rightarrow \frac{x}{a}=\frac{3}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{3a}{2} \\ x=a \end{array}\right.$$

Ответ: треуг-ки, в которых стороны равны $a;\ 2a;\ 3a$, где a - разность прогрессии;

или $\frac{3a}{2};\ \frac{5a}{2};\ \frac{7a}{2}$

±

6б