



ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА



ШИФР

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Фамилия	П	О	П	О	В															
Имя	М	И	Х	А	И	Л														
Отчество	Ю	Р	Ь	Е	В	И	Ч													

№ школы	1	и	48	е	и	и	8	3												
Населенный пункт	г.	у	р	а																

Номер варианта	0	2	1
----------------	---	---	---

10-52



ШИФР

10-52

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания УТНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ	Подпись
							Цифрой			Прописью	
Оценка	4,5	4	0	8	8	12	14	-	14	-	625 шестьсот два

$$1) A = 1000 \cdot \left(\frac{\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{4\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{2} + \sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{14\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{2} - 14\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} + 1,017 \right) =$$

$$= 1000 \left(\frac{\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} + \sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{14\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 14\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} + 1,017 \right) = 1000 \cdot (1 + 1,017) = 2017$$

Ответ: 2017

2)

	Р	В км/ч
I	100 $\frac{м}{мин}$	0 $м$
II	60 $\frac{м}{мин}$	x $м$
III	80 $\frac{м}{мин}$	y $м$

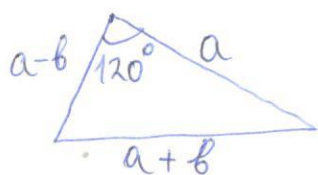
t - время

$$\begin{aligned} 60 \cdot t + x &= 80t + y = 100t \\ 40t &= x \\ 20t &= y \end{aligned}$$

$$\frac{x}{y} = 2$$

Ответ: в 2 раза

3) 4) против 120° - наибольшая сторона по теор. кос.:



$$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + (a-b)^2 + 2(a-b) \cdot a \cdot \cos 120^\circ \cdot (-1)$$

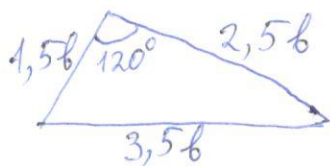
$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - ab$$

$$5ab = 2a^2$$

$$a = 2,5b$$

В итоге это треугольник у которого стороны отнес. как. 1,5 : 3,5 : 2,5

То есть:



где вместо b - любое число

Например треугол. со сторонами: 15, 25, 35 см

85



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

$$5) \frac{8 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 8}{1 - 8 \sin^2 \alpha - 1 + 8 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^4 \alpha}$$

$$\frac{8 \cdot (\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 1)}{8 \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1)} = \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^4 \alpha}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + 1 - \cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha - 1} = \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1)}{\cos^2 \alpha - 1} = \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \quad (\text{истинно})$$

6)

$4t + 8 = 6t$, где t - общее время
 $2t = 8$
 $t = 4 \text{ ч}$

После собаки будет бежать 4 ч от одного к другому со скор: $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

$$S_{\text{соб.}} = 4 \text{ ч} \cdot 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 60 \text{ км}$$

Ответ: 60 км

$$7) 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

Применим метод мат. индукции

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2} \right)^2$$

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2} \right)^2$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

ШИФР _____

$$\frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$(k+1)^3 = \frac{(k+2)^2((k+2)^2 - k^2)}{4}$$

$$k+1 = \frac{k^2 + 4k + 4 - k^2}{4}$$

$$k+1 = k+1 \text{ (истин.)}$$

9) $2 \sin 6x \cos 3x + \cos 6x < -1$

$$\sin 3x + \sin 9x + \cos 6x < -1$$

$$\sin 3x + 3 \sin 3x - 4 \sin^3 3x + 1 - 2 \sin^2 3x < -1$$

$$4 \sin 3x - 4 \sin^3 3x - 2 \sin^2 3x + 2 < 0$$

$$\sin 3x = t, -1 \leq t \leq 1$$

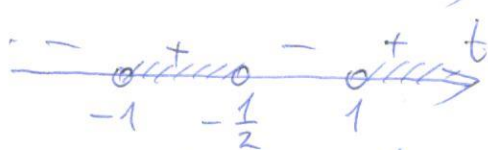
$$2t^3 + t^2 - 2t - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1)(t+\frac{1}{2}) > 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & \end{array}$$

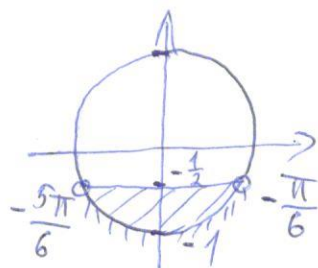
$$2t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} t > 1 \quad \text{X} \\ -1 < t < -\frac{1}{2} \quad \text{X} \end{cases}$$

$$-1 < \sin 3x < -\frac{1}{2}$$



$$-\frac{5\pi}{6} < 3x < -\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k < 3x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{5\pi}{18} < x < -\frac{\pi}{18}$$

$$-\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3} < x < -\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$$

Ответ: $(-\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, -\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3})$

Ответ: $(-\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, -\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}), k \in \mathbb{Z}$ и еще!

145

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР _____

$$3) x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x \dots}}} = 16.$$

Можно преобразовать в:

$$x \cdot x^{\frac{2^n - 1}{2^n}} = 16, \text{ где } n - \text{кол-во кв. корней}$$

$$x^{\frac{2 \cdot 2^n - 1}{2^n}} = 16, \quad x = \sqrt[2^{n+1}]{16 \cdot 2^n}, \text{ где } n - \text{кол-во квадр. корней.}$$

Ответ: $\sqrt[2^{n+1}]{16 \cdot 2^n}$

СД