ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР _____

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА

Фамилия	ФАДЕЕВ
Имя	АЛЕКСЕЙ
Отчество	АНДРЕЕВИЧ

№ школы	62
Населенный пункт	УФА

Номер варианта	2 - 1

9-15

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 9-15

Класс 9 **Вариант** 2-1 **Дата Олимпиады** ~~09~~ 10.02.2018

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	5	5	5	5	15 | 12	57	

№1

$1\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6} \cdot \left(\frac{x}{1{,}8} - \frac{3}{2} \cdot 2{,}02\right) = -2{,}5 \quad | \cdot 6$

$7 + 11 \cdot \left(\frac{x}{1{,}8} - 3{,}03\right) = -15$

$11\left(\frac{x}{1{,}8} - 3{,}03\right) = -15 - 22$

$\frac{x}{1{,}8} = 3{,}03 - 2$

$x = 1{,}03 \cdot 1{,}8$

$x = 1{,}854$

Ответ: 1,854. 5

№2

$\frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{a^3+b^3}{a^2b-b^3} \cdot \frac{a^2+ab}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{(a^3+b^3)(a+b)(a-b)}{ab(a+b)(a-b)(a+b)} = \frac{(a^2+b^2)(a+b)-(a^3+b^3)}{ab(a+b)} =$

$= \frac{a^3+b^3+ab^2+a^2b-a^3-b^3}{ab(a+b)} = \frac{ab(a+b)}{ab(a+b)} = 1$ 5

Ответ: 1.

№3. x – первая цифра, y – вторая цифра.

$\begin{cases} x+y=12 \\ 12y-x=12(y-x)=10x+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=12 \\ 12y-12x=10x+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12-x \\ 22x=11y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12-x \\ 2x=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12-x \\ 2x=24-2x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y=12-x \\ 3x=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=8 \\ x=4 \end{cases}$ 5

Ответ: 48

№4

(a_n) – арифм. пр.

$a_1 = \frac{3}{6}; a_2 = \frac{7}{6}$

$a_3 = \frac{11}{6}; a_n = \frac{59}{6}$

$S_n - ?$

$d = a_2 - a_1 = \frac{4}{6}$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$\frac{59}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4n-4}{6} \quad | \cdot 6$

$59 = 4n - 1$

$n = \frac{60}{4} = 15$

$S_{15} = \frac{a_1+a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{0{,}5 + \frac{3}{6} + \frac{59}{6}}{2} \cdot 15 = \frac{62 \cdot 15}{12} = \frac{62 \cdot 5}{4} = \frac{31 \cdot 5}{2} = \frac{155}{2} = 77{,}5$ 5

Ответ: 77,5.

№5. $\sqrt{7-3x}-\sqrt{6-x}=3$

$\sqrt{7-3x}=3+\sqrt{6-x}$. Возведём обе части уравнения в квадрат.

$7-3x=9+6\sqrt{6-x}+6-x$

$6\sqrt{6-x}=-2x-8$

$3\sqrt{6-x}=-(x+4)$. Снова возведём в квадрат.

$54-9x=x^2+8x+16$

$x^2+17x-38=0$

$D=289+152=441=21^2$

$x_1=\frac{-17-21}{2}=-19$

$x_2=\frac{21-17}{2}=2$ — посторонний корень, так как $\sqrt{7-6}-\sqrt{6-2}=\sqrt{1}-\sqrt{4}=-1\neq 3$

5

Ответ: -19.

№6. $\frac{x+2}{5x+1}<-x-4$

$\frac{x+2}{5x+1}+x+4<0$

$\frac{x+2+(x+4)(5x+1)}{5x+1}<0$

$\frac{5x^2+22x+6}{5x+1}<0$ V

$5x^2+22x+6=0$

$D=484-120=364=91\cdot 4=(2\sqrt{91})^2$

$x_1=\frac{-22-2\sqrt{91}}{10}=\frac{-11-\sqrt{91}}{5}$

$x_2=\frac{-22+2\sqrt{91}}{10}=\frac{-11+\sqrt{91}}{5}$

$9<\sqrt{91}<10$

$\frac{-11-10}{5}<x_1<\frac{-11-9}{5}$

$-4,2<x_1<-4$

$\frac{9-11}{5}<x_2<\frac{10-11}{5}$

$-0,4<x_2<-0,2$

5

Выражение $\frac{5x^2+22x+6}{5x+1}$ отрицательно на промежутке $(-\infty;\frac{-\sqrt{91}-11}{5})$ и положительно на промежутках $(\frac{-\sqrt{91}-11}{5};\frac{\sqrt{91}-11}{51})$ и $(-0,2;+\infty)$. Промежуток $(\frac{\sqrt{91}-11}{5};0)$ не имеет целых чисел, так что он не важен. $-4,2<\frac{-\sqrt{91}-11}{5}<-4 \Rightarrow -5$ — наибольшее значение x, при котором выполняется неравенство. Ответ: -5

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

№8 $\frac{x^2-ax+2a-4}{(x-3)(x+7a)}=0$ имеет только одно решение, когда дискриминант уравнения $x^2-ax+2a-4=0$ равен 0, а $(x-3)(x+7a)\neq 0$

$D=a^2-8a+16=0$

$D=64-64=0$

$a=\frac{8}{2}=4$

$x^2-4x+8-4=0$

$D=64-64=0$

$x=\frac{4}{2}=2$

Ответ: ~~при $a=4$~~ ~~$a=4$~~ 4.

Также возможен вариант, когда один из двух корней — посторонний, т.е. при $(x_1-3)(x_1+7a)=0$

При $x_1=3$:

по теор. Виета $\begin{cases}3+x_2=a\\3x_2=2a-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3x_2+3\\3x_2=2x_2+6-4\end{cases}$, (1)

(1) $3x_2=2$

$a=3+2=5>4$

При $x_1=7a$

$\begin{cases}7a+x_2=a\\7ax_2=2a-4\cdot x_2\cdot 7a=2a-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_2=6a\\-56a^2=2a-4\end{cases}$, (2)

(2) $56a^2+2a-4=0$

$28a^2+a-2=0$

$D=1+56\cdot 4=225=15^2$

$a_1=\frac{-1-15}{56}<4=-\frac{8}{28}=-\frac{4}{14}=-\frac{2}{7}<4$

$a_2=\frac{-1+15}{56}=\frac{1}{4}<4$

Ответ: 5.

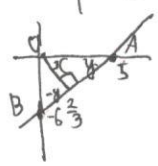
№10. $2x^2+xy-y^2-3y=110$

$x^2+(x^2-y^2)-3y+xy=110$

$x(x+y)+(x+y)(x-y)=110+3y$

$(x+y)(2x-y)=110+3y$

№7



$AB=\sqrt{25+\frac{400}{9}}=\sqrt{\frac{625}{9}}=8\frac{1}{3}$ ✓

$\begin{cases}x=\sqrt{25-\frac{625}{9}-y^2}\\x=\sqrt{\frac{400}{9}-y^2}\end{cases}$

$\frac{400}{9}-y^2=25-\frac{625}{9}$

$\frac{400}{9}-y^2\geq 25-\frac{625+150y-9y^2}{9}$

$y=5\frac{1}{3}$

$x=4$

Ответ: 4.