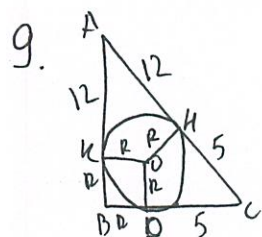


ШИФР 7672

Класс 9 Вариант 5 Дата Олимпиады 11.02.2017
Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	2	2	0	0	4	14	15	0	50	шестьдесят	Без-



Дано:
 $\triangle ABC$ - прямоугольный
 $AK = 12$ и $CH = 5$
 $OK = R$
 Найти: AB и BC .

Решение:

1) Опустим высоту CH в $\triangle ABC$. Т.к. $AK = 12$, то $AK = 12$ (как отрезки кас-х AK и CH).

Воспользуемся $CH = CD = 5$

2) $OK = R = OD$.

Т.к. $KO = OD = R$, то и $KB = BD = R$.

По т. Пифагора:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$17^2 = (12+R)^2 + (5+R)^2$$

$$17^2 = 144 + 24R + R^2 + 25 + 10R + R^2$$

$$17^2 = 144 + 2R^2 + 34R + 25$$

$$289 = 144 + 225 + 2R^2 + 34R$$

$$2R^2 + 34R - 660 = 0 \quad | :2$$

$$R^2 + 17R - 330 = 0$$

$$289 = 144 + 2R^2 + 34R + 25$$

$$2R^2 + 34R - 660 = 0 \quad | :2$$

$$R^2 + 17R - 330 = 0$$

$$289 = 169 + 2R^2 + 34R$$

$$2R^2 + 34R - 120 = 0 \quad | :2$$

$$R^2 + 17R - 60 = 0$$

$$R = -20 \quad R = 3$$

не уг-т.

3) $R = 3$, тогда $AB = 12 + 3 = 15$
 $BC = 5 + 3 = 8$.

Ответ: $AB = 15$
 $BC = 8$.

$$8. \frac{4x}{x^2 + x + 3} - \frac{4x}{x^2 - 5x + 3} = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 + 3 = t$$

$$x = a$$

$$\frac{4a}{t+a} - \frac{4a}{t-5a} + \frac{3}{2} = 0$$

$$\frac{8a(t-5a) - 8a(t+a) + 3(t+a)(t-5a)}{2(t+a)(t-5a)} = 0$$

$$0D3: t \neq -a$$

$$t \neq 5a$$

$$8a(t-5a-t-a) + 3(t^2 - 5at + at - 5a^2) = 0$$

$$-48a^2 + 3(t^2 - 4at - 5a^2) = 0 \quad | :3$$

$$16a^2 - (t^2 - 4at - 5a^2) = 0$$

$$16a^2 - t^2 + 4at + 5a^2 = 0$$

$$21a^2 + 4at - t^2 = 0$$

$$\text{Пусть } t \text{ — известно:}$$

$$\frac{D}{4} = 4t^2 + 21t^2 = 25t^2$$

$$a = \frac{-2t - 5t}{21} = -\frac{7t}{21} = -\frac{t}{3}$$

$$a = \frac{-2t + 5t}{21} = \frac{3t}{21} = \frac{t}{7}$$

$$x = \frac{t}{7} \quad \text{или} \quad x = -\frac{t}{3}$$

$$t = 7x \quad t = -3x$$

$$x^2 + 3 = 7x \quad x^2 + 3 = -3x$$

$$x^2 - 7x + 3 = 0 \quad D = 9 - 4 \cdot 3 < 0$$

$$D = 49 - 12 = 37$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2} \quad \emptyset$$

$$x_1 + x_2 = \frac{7 + \sqrt{37}}{2} + \frac{7 - \sqrt{37}}{2} = \frac{49 - 37}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Ответ: 6

$$7. |1+y-\sqrt{y^2-2xy+x^2}| + (y^2-6y+x^2-17)^2 = 0$$

$$1) 1+y-\sqrt{y^2-2xy+x^2} \geq 0$$

$$|1+y-\sqrt{y^2-2xy+x^2}| + (y^2-6y+x^2-17)^2 = 0$$

$$1+y-|y-x| = -(y^2-6y+x^2-17)^2$$

$$y \geq x$$

$$y \leq x$$

$$1+y-y+x = -(y^2-6y+x^2-17)^2$$

$$1+y+y-x = -(y^2-6y+x^2-17)^2$$

$$\sqrt{1+x} = -y^2+6y-x^2+17$$

$$\sqrt{1+2y-x} = -y^2+6y-x^2+17$$

$$1+x \geq 0$$

$$1+2y-x \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$x \leq 2y+1$$

$$0 = y^2+6y-1+17$$

$$\sqrt{0} = -y^2+6y-(2y+1)^2+17$$

$$y^2-6y-16=0$$

$$y^2-6y+4y^2+4y+1+17=0$$

$$y=8 \quad y=-2$$

$$5y^2-2y-16=0$$

$$\text{При } x=-1$$

$$t^2-2t-8 \cdot 10=0$$

$$t=10 \quad t=-8$$

$$y=2 \quad y=-\frac{8}{5}$$

$$\text{При } x=2y+1=5$$

$$x=2y+1=-\frac{2 \cdot 8}{5}+1=-\frac{16}{5}+1=-\frac{11}{5}$$

$$\text{Ответ: } (-1; -2); (-1; 8); (5; 2); (-\frac{11}{5}; -\frac{8}{5})$$

$$4. y = \frac{(x^2-10x+21)(x-6)}{x-7}$$

$$y = \frac{(x-7)(x-3)(x-6)}{x-7}$$

$$D(y) \quad x \neq 7$$

$$y = x^2 - 9x + 18$$

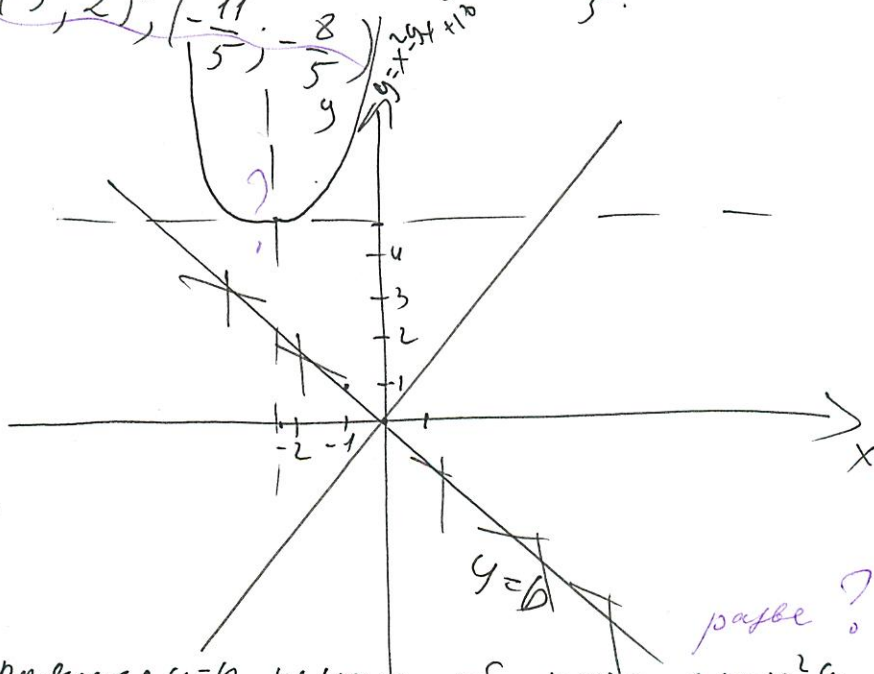
$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-9}{2} = 4,5$$

$$y_0 = (4,5)^2 - 9 \cdot 4,5 + 18 = -2,25$$

$$y = x^2$$

$$y = b$$

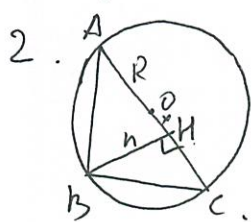
Ответ: ни при каком b прямая $y=b$ не имеет обш. точек с $y = x^2 - 9x + 18$.



3. $a = 0,25$

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{5}{2}}}{2a^{-\frac{1}{2}}} \right)^{-7} = \frac{a^{\frac{7}{2}} \cdot a^5}{2a} = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{2a} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{0,25}}{2} = \frac{0,5}{2} = \frac{5}{4} = \frac{1}{\frac{4}{5}}$$

$= \frac{1}{4}$



Дано:

$R = 3$

$h = 2$

Искать: S_{ABC} .

Решение.

Отметим $OH = x$.

т.к. $\triangle BHC$ — прямоугольный, то.

$$BC^2 = h^2 + (R-x)^2$$

Аналогично в $\triangle AMB$.

$$AB^2 = h^2 + (R+x)^2$$

По т. Пифагора.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$4R^2 = 2h^2 + (R+x)^2 + (R-x)^2 = 2h^2 + 2R^2 + 2x^2$$

$$2R^2 = h^2 + 2R^2 + x^2$$

$$18 = 4 + 9 + x^2$$

$$x = \sqrt{5}$$

Получим — и в 1).

$$BC = \sqrt{4 + 9 - 6\sqrt{5} + 5} = \sqrt{18 - 6\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{18 + 6\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18^2 - 36 \cdot 5} = \frac{\sqrt{18(18-10)}}{2} = \frac{\sqrt{18 \cdot 8}}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

Ответ: $S = 6$

1.

	A		B
I	1	1	6
II	1	1	24
III = I + II	1	1	48
		$\frac{1}{x}$	x

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2x + x - 48}{48x} = 0$$

$$ODS: x \neq 0$$

$$3x = 48$$

$$x = 16$$

Ответ: 16 лавов

$$10. m_c = 5 \text{ м}$$

$$m = 2 \text{ м}$$

$$15\% \text{ р} - 2 \text{ смес} - 12 \text{ м}$$

$$W? \text{ .вал.}$$

$$W = \frac{m_{\text{в-ва}}}{m_{\text{р-ра}}}$$

$$\text{I } m_{\text{в-ва}} \\ 5x \text{ м.}$$

$$2 \cdot 0,15 \text{ м.}$$

$$\text{II } (0,15 + x) 5$$

$$2 \cdot 0,15$$

$$\text{III } 5 \cdot 0,24$$

$$m_{\text{р-ра}} \\ 5 \text{ м}$$

$$2 \text{ м}$$

$$5$$

$$2 \text{ м.}$$

$$5 \text{ м.}$$

$$W \\ x$$

$$0,15$$

$$(0,15 + x)$$

$$0,15$$

$$0,24$$

Дно I смеси:

$$3x + 2 \cdot 0,15 - \text{масса вез-ва.}$$

Тогда W - стало:

$$\frac{5}{3x + 2 \cdot 0,15} \cdot W = \frac{3x + 2 \cdot 0,15}{5}$$

Во второй раз:

$$m_{\text{в-ва}} = 3(3x + 2 \cdot 0,15) \quad 3 \frac{(3x + 2 \cdot 0,15)}{5} + 2 \cdot 0,15$$

$$m_{\text{р-р}} = 5$$

$$W = 0,24$$

$$\text{Тогда: } (3x + 2 \cdot 0,15) + 3(3x + 2 \cdot 0,15) = 5 \cdot 0,24 \quad 3x + 2 \cdot 0,15 + 3 \frac{(3x + 2 \cdot 0,15)}{5} + 2 \cdot 0,15 = 5 \cdot 0,24 \cdot 1,5$$

$$3x + 4,50 =$$

$$3x + 2 \cdot 0,15 = 5 \cdot 0,06$$

$$15x + 10 \cdot 0,15 + 3(3x + 2 \cdot 0,15) + 10 \cdot 0,15 = 25 \cdot 0,24$$

$$5(3x + 2 \cdot 0,15) + 3(3x + 2 \cdot 0,15) + 1,5 = 25 \cdot 0,24$$

$$24x + 16 \cdot 0,15 + 1,5 = 25 \cdot 0,24$$

$$x = \frac{21}{240} = \frac{7}{80} \quad \text{Ответ: } \frac{7}{80} \cdot 100 = \frac{70}{8} = 8,75\%$$