ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 13038

Класс 11 Вариант 7 Дата Олимпиады 11.02.17.

Площадка написания Горный Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	3	10	10	0	15	15	20	88	восемьдесят восемь	

5 78 семьдесят восемь (Апелляция)

№1.

$(x-1)(x-3)(x-5) = x(x^2-9)$

$\Leftrightarrow (x-3)(x^2-6x+5-x^2-3x)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ -9x+5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{5}{9} \end{array}\right.$

При подстановке оба корня подходят.

$0=0$ V $3520=3520$

Ответ: $\{3; \frac{5}{9}\}$.

№2.

$\sqrt{x-1}+\sqrt{3x+1}=2. \Rightarrow x-1+2\sqrt{(x-1)(3x+1)}+3x+1=4$

$\Leftrightarrow 4x+2\sqrt{(x-1)(3x+1)}=4.$

$\Leftrightarrow \cancel{4}(x-1)(3x+1)=\cancel{16}^{4}(1-x)^2$

$\Leftrightarrow 3x^2-2x-1-4+8x-4x^2=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$ – не подходит при подстановке.

Ответ: $\{1\}$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 13038.

№9.

$$\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \operatorname{tg} x+\operatorname{tg} y=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \dfrac{\sin x\cos y+\cos y\sin x}{\cos x\cos y}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \dfrac{\sin(x+y)}{\cos x\cos y}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \dfrac{\cancel{\sin(x+y)}}{\frac{1}{2}\cancel{\cos(x+y)}+\cos(x-y)}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \dfrac{2}{\cos(x-y)}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases} \quad x=\frac{\pi}{4}-y$$

?

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\cos(\frac{\pi}{4}-2y)}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}-2y\right)=\frac{2}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)}\approx -4.\ -1\le\cos\alpha\le 1$$

Ответ: $\varnothing$

№10

$A^3+3A-?$

$A=\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

] $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}=a \wedge \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}=b$

$(a-b)^3+3(a-b)-?$

$(a-b)^3+3(a-b)=(a-b)((a-b)^2+3)=$

$=(a-b)(a^2-2ab+b^2+3)=a^3-b^3+3\cdot$

$\cdot(-a^2b+ab^2+a-b)=$

$=\cancel{\sqrt{5}}+2-\cancel{\sqrt{5}}+2+3\left(-\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2\cdot(\sqrt{5}-2)}+\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)^2}+\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)=$

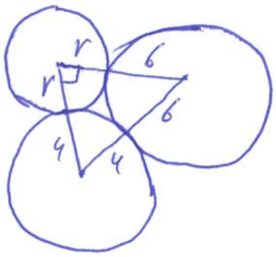
$=4+\underbrace{3\left(-\cancel{\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}}+\cancel{\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}}+\cancel{\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}}-\cancel{\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}}\right)}_{0}=4$

Ответ: 4.

ШИФР 13038

№8.

Найти r.



По т. Пифагора.

$$10^2 = (6+r)^2 + (4+r)^2$$

$$\Leftrightarrow 2r^2 + 20r - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r=2 \\ r=-12 \end{array}\right.$$ — не подходит т.к. стороны треугольника > 0

Ответ: 2 см.

№7.

$\lg 2;\ \lg(2^x-1);\ \lg(2^x+1)$ — ар-я прогр-я

x — ?

$\Leftrightarrow \lg(2^x-1) - \lg 2 = d$ — разность прогрессии.

$\Leftrightarrow \lg\frac{2^x-1}{2} = d \Rightarrow \begin{cases} d \neq 1 \\ d \neq 0 \\ \frac{2^x-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \log_2 19. \\ x \neq \log_2 3 \\ x > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \frac{2^x-1}{2} > 0$

$\Leftrightarrow 2^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Ответ: ~~$(0;+\infty) \setminus \{\log_2 19\}$~~. ~~$\setminus \{\log_2 19; \log_2 3\}$~~ $(0;+\infty) \setminus \{\log_2 19; \log_2 3\}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 13038

№5.

$$8\cdot 4^x+1\le 6\cdot 2^x$$

$$\Leftrightarrow 8\cdot 2^{2x}+1-6\cdot 2^x\le 0$$

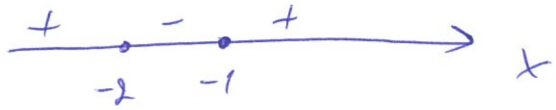
$t=2^x$

$\Leftrightarrow 8t^2-6t+1\le 0$ решим вспомогательное уравнение

$$8t^2-6t+1=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{2} \\ t=\frac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=\frac{1}{2} \\ 2^x=\frac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2\end{array}\right.$$



$\Leftrightarrow x\in[-2;-1]$

Ответ: $[-2;-1]$

№6. Решение: Пусть x - кол-во ~~Сибирских~~ кошек

y - кол-во Ангорских

z - Персидских

c - сиамских, тогда.

$$\begin{cases} c=2y \\ z=1{,}5c \\ x=z-13 \\ x+y+z+c=77 \end{cases} \Leftrightarrow 3y-13+y+3y+2y=77 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9y=90 \Leftrightarrow y=10 \Rightarrow \begin{array}{l} c=20 \\ z=30 \\ x=17 \end{array}$$

Ответ: 17 - Сибирских $\{17;10;30;20\}$

30 - Персидских

20 - Сиамских

10 - Ангорских

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 13038

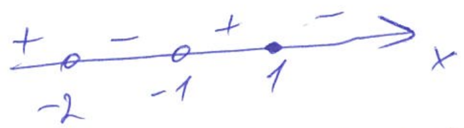
№3.

$$\frac{2}{x+1} \geqslant \frac{3}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x+1} - \frac{3}{x+2} \geqslant 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+4-3x-3}{(x+1)(x+2)} \geqslant 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-x}{(x+1)(x+2)} \geqslant 0$$ расположим корни на координатной оси

$\Leftrightarrow$ 

$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1]$

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-1; 1]$

№4.

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2}\log_3 x + \frac{1}{3}\log_3 x = \frac{11}{12}$$

$\exists\, a = \log_3 x$

$\Longleftrightarrow$

$$a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a = \frac{11}{12}$$

$$\Leftrightarrow 12a + 6a + 4a = 11$$

$$\Leftrightarrow 22a = 11$$

$$\Leftrightarrow a = 0{,}5 \Leftrightarrow \log_3 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2}} = x \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$$

Ответ $\{\sqrt{3}\}$.