



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 70-09-05

16321

Класс 8 Вариант 4 Дата Олимпиады 3.03.2018

Площадка написания 204 к.с. ПКТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	5	30	Тридцать	<i>Халлов</i>

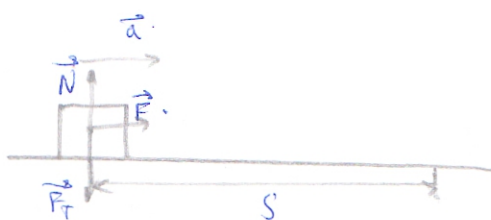
N5

$$m = 1000 \text{ кг}$$

$$S = 20 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$P_{\text{ср}} = ?$



$$S = \frac{at^2}{2}$$

$$2S = at^2$$

$$a = \frac{2S}{t^2}$$

По 2-му закону Ньютона:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_T = m\vec{a}; \quad (\text{Но } \vec{N} = -\vec{F}_T)$$

$$\vec{F} = m\vec{a};$$

$$F = ma = m \cdot \frac{2S}{t^2}$$

По определению $P = \frac{A}{t} = \frac{FS}{t} = Fv$. Тогда $P_{\text{ср}} = F v_{\text{ср}}$.

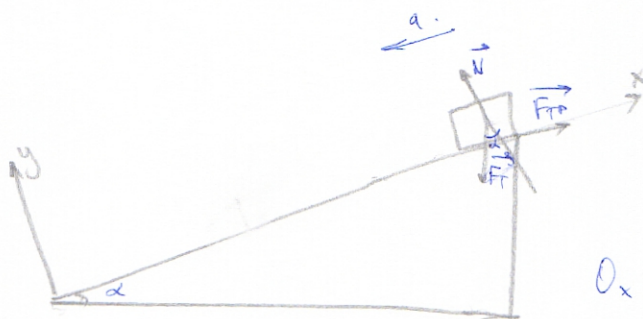
Но т.к. движение равноускоренное без начальной скорости, то $v_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{кон}}}{2}$, где $v_{\text{кон}} = at = \frac{2S}{t}$.

$$\Rightarrow P_{\text{ср}} = F v_{\text{ср}} = \frac{2S \cdot m}{t^2} \cdot \frac{2S}{2t} = \frac{2S^2 m}{t^3} = \frac{2 \cdot 20^2 \cdot 1000}{2^3} = 100000 \text{ Вт} = 100 \text{ кВт}$$

Ответ: 100 кВт.

+ 5

№.
 $\alpha, t_c = 2t_n$
 $\mu = ?$



Пусть длина плоскости $- L$,
масса тела $- m$.

По 2-3. Ньютону:

$$\vec{N} + \vec{F}_r + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$$

$$O_x: -ma = -mg \sin \alpha + F_{\text{тр}}; \quad ma = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}$$

$$O_y: 0 = N - mg \cos \alpha; \quad N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\text{Тогда } ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha;$$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha;$$

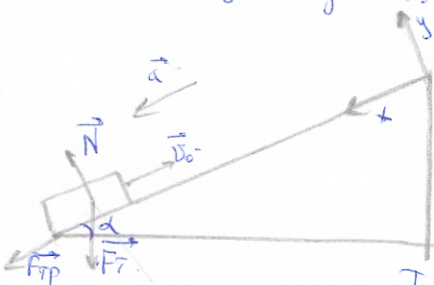
$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$L = \frac{at_c^2}{2}$$

$$2L = at_c^2;$$

$$t_c^2 = \frac{2L}{a} = \frac{2L}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

Теперь для возврата:



По 2-3. Ньютону: $\vec{N} + \vec{F}_r + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$

$$O_x: ma = mg \sin \alpha + F_{\text{тр}}$$

$$O_y: 0 = mg \cos \alpha + N;$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\text{Тогда: } ma = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha;$$

$$a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$L = v_0 t_n - \frac{at_n^2}{2}$$

$$\text{Но } v_{\text{кон}} = 0 \Rightarrow 0 = v_0 - at_n;$$

$$v_0 = at_n \Rightarrow L = at_n^2 - \frac{at_n^2}{2} = \frac{at_n^2}{2} \Rightarrow 2L = at_n^2;$$

$$t_n^2 = \frac{2L}{a} = \frac{2L}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\text{Уже было, что } t_c = 2t_n;$$

$$t_c^2 = 4t_n^2 \Rightarrow \frac{2L}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = \frac{4 \cdot 2L}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)};$$

$$4 \sin \alpha - 4 \mu \cos \alpha = \sin \alpha + \mu \cos \alpha;$$

$$3 \sin \alpha = 5 \mu \cos \alpha; \quad | : \cos \alpha$$

$$3 \tan \alpha = 5 \mu \Rightarrow \mu = \frac{3}{5} \tan \alpha$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{3}{5} \tan \alpha \quad +5$$

$$(ab)c = a(bc)$$

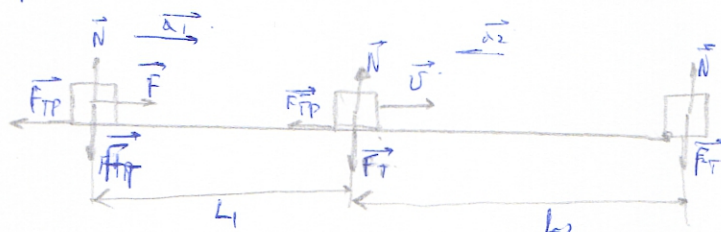
$$E = mc^2$$



ШИФР

70-09-05

№3
m, r, F, p
s - ?



По 2.3. Ньютону: $\vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F} = m\vec{a}_1$; (но $\vec{N} = -\vec{F}_T$)

$$\vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F} = m\vec{a}_1$$

$$ma_1 = F - F_{\text{тр}}$$

Тогда $L_1 = \frac{a_1 x^2}{2} = \frac{(F - \mu g)}{m} x^2$

$$ma_1 = F - \mu N$$

$$ma_1 = F - \mu mg$$

При этом $v = ax = \frac{(F - \mu g)}{m} x$

$$a_1 = \frac{F}{m} - \mu g$$

Потом.

$$L_2 = vt - \frac{a_2 x^2}{2}, \text{ где } ma_2 = F_{\text{тр}}$$

$$a_2 = \mu g$$

Тогда $L_2 = \frac{(F - \mu g)}{m} x \cdot t - \frac{\mu g x^2}{2}$

Но $v_{\text{кон}} = 0 \Rightarrow 0 = v - a_2 t$; $t = \frac{v}{a_2}$

$$L_2 = \frac{v^2}{a_2} - \frac{v^2}{2a_2} = \frac{v^2}{2a_2} = \frac{(F - \mu g)^2 x^2}{2\mu g}$$

$$L = L_1 + L_2 = \frac{(F - \mu g)}{m} x^2 + \frac{(F - \mu g)^2 x^2}{2\mu g} = \frac{(F - \mu g)}{m} x^2 \left(1 + \frac{(F - \mu g)}{\mu g} \right) =$$

$$\frac{(F - \mu g)}{m} x^2 \left(1 + \frac{F}{\mu g} - 1 \right) = \frac{F(F - \mu g)x^2}{2\mu g} - \text{Ответ.} +$$

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

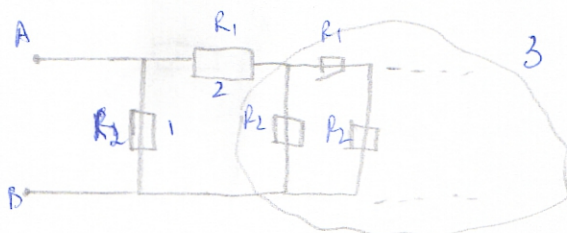
70-09-05

№4

$$R_1 = 4 \text{ Ом}$$

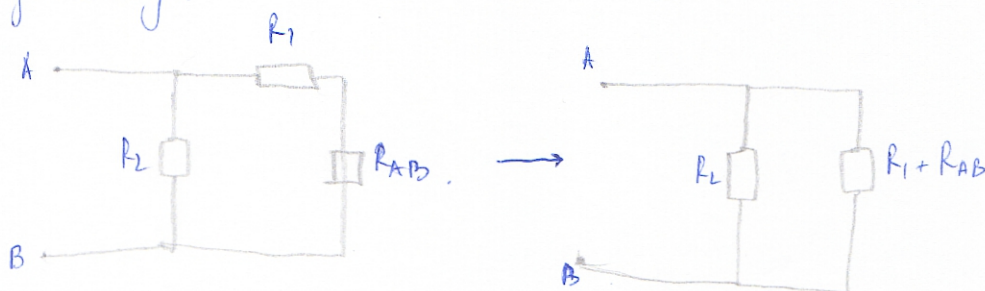
$$R_2 = 8 \text{ Ом}$$

$$R_{AB} = ?$$



Т.к. цепочка бесконечная, то вынув элементы 1 и 2, общее сопротивление не изменится. Тогда сопротивление комплекта резисторов 3 = R_{AB} .

Тогда перерисуем схему:



$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_{AB})R_2}{R_1 + R_{AB} + R_2}; \text{ (пар. соединение).}$$

$$R_{AB}R_1 + R_{AB}^2 + R_{AB}R_2 = R_1R_2 + R_{AB}R_2;$$

$$R_{AB}^2 + R_{AB}R_1 - R_1R_2 = 0;$$

$$D = R_1^2 + 4R_1R_2.$$

$$R_{AB} = \frac{-R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2}}{2}, \text{ т.к. } R_{AB} > 0 \Rightarrow R_{AB} = \frac{\sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2} - R_1}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 4 \cdot 4 \cdot 8} - 4}{2}$$

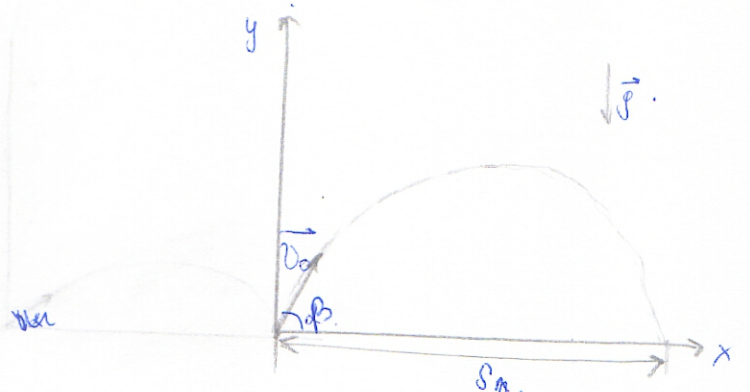
$$= 4 \text{ Ом.}$$

Ответ: 4 Ом. +

5.

$\sqrt{2}$
 S_m, L
 $\alpha = ?$

Рассмотрим полет тела:



$O_x: S_m = v_{0x} \cdot t;$
 $S_m = v_0 \cdot \cos \beta \cdot t.$

$O_y: 0 = v_{0y} t - \frac{g t^2}{2};$

$v_{0y} t = \frac{g t^2}{2};$ ($t=0$ нас не интересует)

$v_{0y} = \frac{g t}{2};$

$2 v_0 \sin \beta = g t$

$t = \frac{2 v_0 \sin \beta}{g}$ подставляем в уравнение (O_x): $S_m = v_0 \cdot \cos \beta \cdot t$

$S_m = 2 \sin \beta \cos \beta \cdot \frac{v_0^2}{g} = \sin(2\beta) \frac{v_0^2}{g}.$

по ф.к. S - максимум, по $\sin(2\beta) \cdot \frac{v_0^2}{g} - \max$, тогда $\sin(2\beta) - \max \Rightarrow \sin(2\beta) = 1.$

$\Rightarrow S_m = \frac{v_0^2}{g}.$

Аналогично: $L = \sin(2\alpha) \cdot \frac{v_0^2}{g}$, по $\frac{v_0^2}{g} = S_m \Rightarrow L = \sin(2\alpha) S_m;$
 $\sin(2\alpha) = \frac{L}{S_m};$

$\arcsin\left(\frac{L}{S_m}\right) = 2\alpha;$

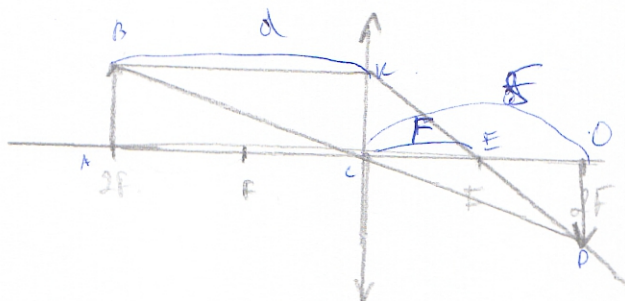
$\alpha = \frac{\arcsin\left(\frac{L}{S_m}\right)}{2}.$

Но очевидно, что функция $\arcsin\left(\frac{L}{S_m}\right)$ имеет в заданных пределах (от 0° до 90°) - 2 решения,

а так как нужен один минимальный угол $\Rightarrow \arcsin\left(\frac{L}{S_m}\right) < 45^\circ.$

Ответ: $\alpha = \frac{\arcsin\left(\frac{L}{S_m}\right)}{2}$, где $\arcsin\left(\frac{L}{S_m}\right) < 45^\circ.$ + 5

N1



ИЗ Графика видно, что при $F=0$ $\Gamma=1$ и при $F=2F$ $\Gamma=1$ также может происходить

ИЗ Графика видно, что $\Gamma=1$ при $F=0$ и $F=2F$.

Сначала найдем связь между F , d и F :

$\triangle CED \sim \triangle DBK$ (по общему углу и соответ. углу при пересечении).

$$\Rightarrow \frac{F}{d} = \frac{ED}{ED+EB}$$

Также $\triangle DOC \sim \triangle ABC$ (прямой угол и соответ. угол при пересечении).

$$\Rightarrow \frac{F}{d} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow CB = \frac{d}{F} \cdot CD \text{ (подставим в предыдущее):}$$

$$\frac{F}{d} = \frac{CD}{CD + \frac{d}{F} \cdot CD}; \quad \frac{F}{d} = \frac{1}{1 + \frac{d}{F}}; \quad d = F \left(1 + \frac{d}{F}\right);$$

$$F = \frac{d}{1 + \frac{d}{F}};$$

$$\Rightarrow F = \frac{2F \cdot F}{2F + F};$$

$$2F + F = 2F;$$

$$2F = F;$$

$$F = 0,5F = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ см.}$$

5

Ответ: 5 см. +