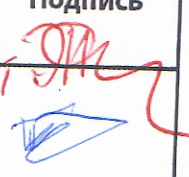


ШИФР 70-11-26 19583

Класс 11 Вариант _____ Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания ТДЧ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	4	12	0	0	0	13	16	57	шестьдесят семь	

$$1. \frac{(20,18)^0 \cdot x}{10,5 \cdot \left(\frac{52}{6}\right)^{-1} - 15,15 \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^{-1}} = \frac{(-3)^2 \cdot \left(1\frac{11}{20} - 0,945 : 0,9\right)}{1\frac{3}{40} - 4\frac{3}{8} : (7^{-1})^{-1}}$$

$$= \frac{x}{21\frac{105}{25} - \frac{1515}{100} : \frac{15}{2}} = \frac{9 \cdot \left(\frac{31}{20} - \frac{945}{1000} \cdot \frac{105}{40}\right)}{\frac{43}{40} - \frac{35}{8} : (7)}$$

$$= \frac{x}{\frac{63^2}{25} - \frac{1515 \cdot 101}{1000 \cdot 5018}} = \frac{9 \cdot \left(\frac{31}{20} - \frac{105}{1000}\right)}{\frac{43}{40} - \frac{355}{8} : 7}$$

$$\frac{x}{\frac{126-101}{50}} = \frac{9 \cdot \left(\frac{31}{20} - \frac{21}{20}\right)}{\frac{43-25}{40}}$$

$$\frac{x \cdot 502}{25} = \frac{8 \cdot 10 \cdot 40}{20 \cdot 182}$$

$$2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

Ответ: $x = 5$



$$2. \quad x^2 - 5 + \frac{2x^2(x-1)}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x^2-2x+1}$$

$$\frac{(x^2-5)(x-1)^2 + 2x^2(x-1) - 2(x-1)}{(x-1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)((x^2-5)(x-1) + 2x^2 - 2) = 0$$

$$(x-1)((x^2-5)(x-1) + 2(x^2-1)) = 0$$

$$(x-1)((x^2-5)(x-1) + 2(x-1)(x+1)) = 0$$

$$(x-1)^2(x^2-5+2x+2) = 0$$

$$(x-1)^2(x^2 - \frac{3}{2} + 2x) = 0 \Rightarrow x^2 - 3 + 2x = 0, (x-1)^2 \neq 0 \text{ по ОДЗ}$$

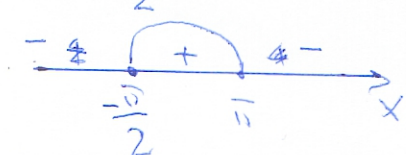
по т. удр. т. Буаля

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = -3 \\ x_2 = 1 \end{matrix} - \text{не удовл. ОДЗ}$$

$$\Rightarrow x = -3 \quad \text{Ответ: } x = -3$$

$$4. \quad (\sin 2x + \cos 2x + 1) \cdot \sqrt{(\pi-x)(\frac{\pi}{2}+x)} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x + \cos 2x + 1 = 0 \\ \sqrt{(\pi-x)(\frac{\pi}{2}+x)} = 0 \\ \sqrt{\cancel{(\pi-x)(\frac{\pi}{2}+x)}} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 0 \\ \pi = x \\ x = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$


по О.Т.Т $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x = 0 \\ x = \pi \\ x = -\frac{\pi}{2} \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right] \end{cases}$$

$\Rightarrow$

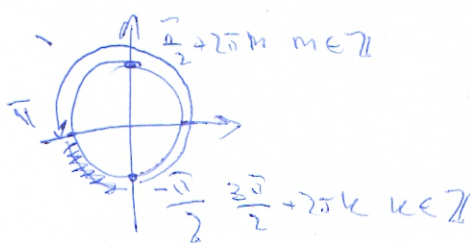
$$\begin{cases} \cos x (\sin x + 1) = 0 \\ x = \pi \\ x = -\frac{\pi}{2} \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right] \end{cases}$$

cos x

проверить применение

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \quad m \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \\ x_3 = \pi \\ x_4 = -\frac{\pi}{2} \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right] \end{cases}$$

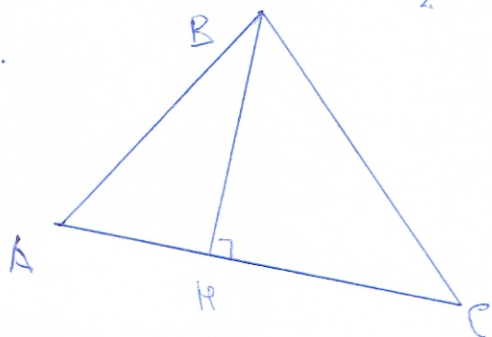
т.к. $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, то



$\Rightarrow x_1 = \pi \quad x_2 = -\frac{\pi}{2} \quad x_3 = \frac{\pi}{2}$

Ответ: $x_1 = \pi \quad x_2 = -\frac{\pi}{2} \quad x_3 = \frac{\pi}{2}$

5.



Дано

$BH = 12$

$\sin A = \frac{12}{13}$

$\sin C = \frac{4}{5}$

Найти

r ?, r -радиус вписанной окр.



Решение

$$P_{\text{х}} \quad r = \frac{S}{p} \quad \text{где} \quad p = \frac{AB+BC+AC}{2}, \quad \text{а} \quad S = \frac{1}{2} BH \cdot AC$$

Рассмотрим $\triangle ABH$

$$\frac{BH}{AB} = \sin A, \quad AB = \frac{BH}{\sin A} = \frac{12 \cdot 13}{12} = 13$$

из т. Пифагора

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\Rightarrow AH = 5$$

Рассмотрим $\triangle BHC$

$$\frac{BH}{BC} = \sin C \Rightarrow BC = \frac{BH}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{12 \cdot 5}{4} = 15$$

из т. Пифагора

$$HC^2 = BC^2 - BH^2 = 225 - 144 = 81$$

$$HC = 9$$

$$AC = AH + HC = 5 + 9 = 14$$

$$\Rightarrow p = \frac{13+15+14}{2}; \quad S = \frac{12 \cdot 14}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{12 \cdot 14 \cdot 2}{2 \cdot (13+15+14)} = \frac{12 \cdot 14}{42} = 4$$

Ответ: $r=4$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

70-11-26

$$9. \begin{cases} x^2 + y^2 = 2(10+a) \\ (x+y)^2 = 50 \end{cases}$$

1^{ое} ур-ие системы представляет собой уравнение окружности с центром в т. О радиус $R = \sqrt{2} \cdot \sqrt{10+a}$ где $a \geq -10$

Преобразуем 2^{ое} уравнение системы:

$$(x+y)^2 = 50; \quad |x+y| = \sqrt{50} \Rightarrow y = 5\sqrt{2} - x$$

Таким образом можно увидеть что 2^{ое} уравнение -

График прямой пропорциональности ($y = kx + c$)

Система будет иметь решение если

прямая будет пересекать окружность.

Система имеет 1 решение тогда когда прямая - касательная к окружности и тогда

радиус окружности

будет $\perp$ касательной (из геом)

Найдем R из $\triangle AOC$ - равноб.

$$AC = \frac{1}{2} 10 \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$\Rightarrow AC = 5$$

$$\Rightarrow R \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$= 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{10+a} = 5$$

$$2 \cdot (10+a) = 25$$

$$a = 2,5 - \text{система}$$

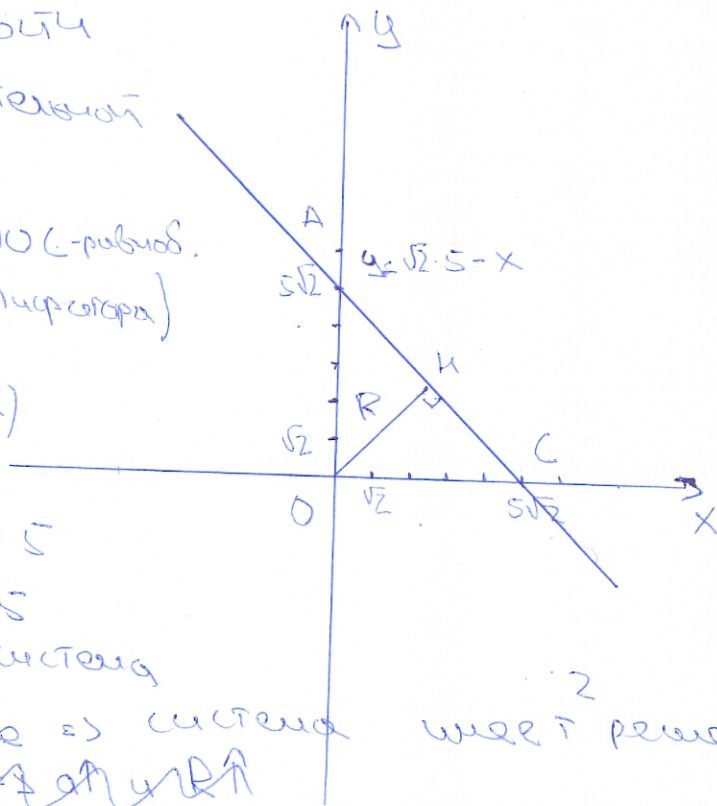
имеет 1 решение $\Rightarrow$ система

имеет решения когда $R > 5$

$$\text{так } R = \sqrt{2} \cdot \sqrt{10+a} > 5 \Rightarrow a > 2,5$$

Ответ: Система имеет 2 решения

$a \in (2,5; +\infty)$





$$10. \frac{1}{\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}}} \geq 2$$

Пусть $\sqrt{2x-1} = a, a \geq 0; \in 2x-1=a^2 \Rightarrow x = \frac{a^2+1}{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{a^2+1+2a}} + \frac{1}{\sqrt{a^2+1-2a}} \geq 2$$

$$\frac{1}{|a+1|} + \frac{1}{|a-1|} \geq 2$$

$|a+1| - |a-1|$ $\begin{matrix} + & + & + \\ - & - & + \end{matrix}$ $\rightarrow$ т.к. $a \geq 0$ то

$|a+1|$ $\begin{matrix} + & + \\ 0 & - \end{matrix}$ $|a-1|$ $\begin{matrix} + & + \\ 0 & - \end{matrix}$

при $a \in [0; 1)$

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{1-a} \geq 2$$

$$\frac{1-a+a+1}{(a+1)(1-a)} \geq 2$$

$$\frac{1-(a+1)(1-a)}{(a+1)(1-a)} \geq 0$$

$$\frac{a^2}{(a+1)(a-1)} < 0$$

$\begin{matrix} + & - & - & + \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$ $\rightarrow a$

$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} < 1 \\ \sqrt{2x-1} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

при $a \geq 1$

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1} \geq 2$$

$$\frac{2a}{(a+1)(a-1)} \geq 2$$

$$\frac{a^2-1-a}{(a+1)(a-1)} \leq 0$$

$$\frac{a - \frac{1+\sqrt{5}}{2}}{(a+1)(a-1)} < 0$$

$\begin{matrix} + & - & - & + \\ -1 & \frac{1+\sqrt{5}}{2} & 1 & \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{matrix}$ $\rightarrow a$

$$\Rightarrow \sqrt{2x-1} \geq 1$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{5+\sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

Ответ: $x \in (\frac{1}{2}; 1) \cup (1; \frac{5+\sqrt{5}}{4}]$

3. где частицы будут двигаться пока не встретятся, для прохода за 1с 154:

1	2
15	1
15	4
15	7
15	10
15	13
15	16
15	19
15	22
15	25
15	28

150 145 $\Rightarrow$ пройдет 10с

$$5с = 30^\circ \left(\frac{360^\circ}{12} \right) \Rightarrow 10с = 60^\circ$$

Ответ: 60°