ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-35 22327

Класс 11 **Вариант** 32. **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	4	12	0	0	0	15	51	пятьдесят один.	Э.Ю.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-35

1. $$\frac{1{,}2 : 0{,}375 + (-5)^{-1}}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + \left((0{,}8)^{-1}\right)^{-1}} = \frac{\left(\frac{5^3}{2}\right)^{-1} : 0{,}12 + 0{,}7 \cdot (20{,}18)^0}{x \cdot 3^{-2}}$$

$$\frac{\frac{48}{15} + \left(-\frac{1}{5}\right)}{\frac{2}{5} + \frac{4}{5}} = \frac{\frac{2}{15} + \frac{7}{10}}{\frac{x}{9}}; \quad \frac{\frac{3}{6}}{5} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{x}{9}}; \quad x = \frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{3}{9}}; \quad x = \frac{9}{3}; \quad x = 3$$

Ответ: 3

2. $$\frac{x^2+7}{x-7} - 4 = \frac{8x}{x-7}$$ ОДЗ: $x \neq 7$

$$\frac{x^2 + 7 - 8x - 4x + 28}{x-7} = 0$$

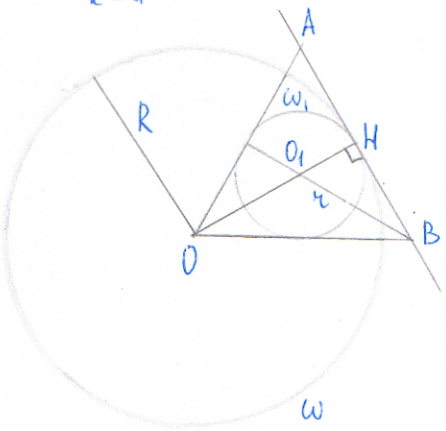
$$\frac{x^2 - 12x + 35}{x-7} = 0$$

$$\frac{(x-7)(x-5)}{x-7} = 0$$

$\left[\begin{array}{l} x = 7 \notin \text{ОДЗ} \\ x = 5 \end{array}\right.$

Ответ: 5

5.



окр-сть ω_1 вписана в круговой сектор окр-сти ω $\Rightarrow$ ω_1 касается ω в т. H (AB – касательная) и ω_1 вписана в $\triangle AOB$.

$AO = BO \Rightarrow \triangle AOB$ – равноб. $\Rightarrow \angle ABO = \angle BAO$

$\cup AB = 60^\circ \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$ $\Rightarrow \triangle AOB$ – равносторонний.

AB – касательная $\Rightarrow OH \perp AB \Rightarrow OH$ – высота $\triangle AOB$

O_1 – центр вписанной окр-сти в $\triangle AOB \Rightarrow OH$ – биссектриса $\triangle AOB$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow AO = BO \Rightarrow \triangle AOB$ – равноб. $\Rightarrow OH$ – медиана,

O_1 – т. пересечения медиан $\Rightarrow O_1H = \frac{1}{3}OH$

$O_1H = r$; $OH = R \Rightarrow r = \frac{1}{3}R$

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{\frac{1}{9}R^2}{R^2} = \frac{1}{9}$$ Ответ: $\frac{1}{9}$

Существенно уменьшить? Всего 5 кр.

6. $$A = \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{2018^2}\right) = \prod_{n=2}^{2018}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \prod_{n=2}^{2018}\frac{n^2-1}{n^2} = \prod_{n=2}^{2018}\frac{(n-1)(n+1)}{n^2} =$$

$$= \frac{3 \cdot 1}{2^2} \cdot \frac{4 \cdot 2}{3^2} \cdot \frac{5 \cdot 3}{4^2} \cdot \frac{6 \cdot 4}{5^2} \cdot \frac{7 \cdot 5}{6^2} \cdot \frac{8 \cdot 6}{7^2} \cdot \ldots \cdot \frac{2016 \cdot 2018}{2017^2} \cdot \frac{2017 \cdot 2019}{2018^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2019}{2018} =$$

$$= \frac{2019}{4036}$$ Ответ: $\frac{2019}{4036}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-~~35~~ 11-35

10. $\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}+\frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}>2$

ОДЗ: $x\geq 1$, $x\neq 1$, $x\neq 2$

$$\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{(x+2\sqrt{x-1})(x-2\sqrt{x-1})}}>2$$

$$\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}}>\frac{2\sqrt{x^2-4(x-1)}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}}$$

$\sqrt{x^2-4(x-1)}\geq 0$, $\sqrt{x^2-4(x-1)}\geq 0$

~~знаменатель~~ равно 0?

$$\frac{x-2\sqrt{x-1}+2\sqrt{(x-2)^2}+x+2\sqrt{x-1}}{x^2-4(x-1)}>\frac{4(x-2)^2}{x^2-4(x-1)}$$

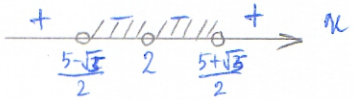
$$\frac{x+|x-2|}{(x-2)^2}>\frac{2x^2-8x+8}{(x-2)^2}$$

$$\frac{2x^2-9x+8-|x-2|}{(x-2)^2}<0$$

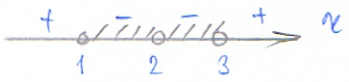
$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\geq 2\\ \frac{2x^2-10x+10}{(x-2)^2}<0\end{cases}\quad(1)\\ \begin{cases}x<2\\ \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}<0\end{cases}\quad(2)\end{array}\right.$$

1. $D=25-20=5$; $x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$

$$\frac{\left(x-\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)}{(x-2)^2}<0$$



2. $\frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)^2}<0$



$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\geq 2\\ x\in\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2};\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\setminus\{2\}\end{cases}\\ \begin{cases}x<2\\ x\in(1;3)\setminus\{2\}\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x\in\left(2;\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\\ x\in(1;2)\end{array}\right.$$ — решение.

~~Ответ: $x\in\left(1;\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\setminus\{2\}$~~

Ответ: $x\in\left(1;\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\setminus\{2\}$?

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 79-11-35

8. 3. $a_n = 1 + \frac{n-1}{2} = \frac{2+n-1}{2} = \frac{n+1}{2}$

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + \frac{n+1}{2})}{2} = 7$

$n^2 + 3n - 28 = 0$

$(n+7)(n-4) = 0$

$\left[\begin{array}{l} n = 4 \\ n = -7 \text{ - не удовлетворяет условию задачи} \end{array}\right.$

$25 - 4 = 21$

Ответ: 21

9. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(7 + a) \\ (x + y^2) = 50 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(7 + a) \\ x^2 + 2xy + y^2 = 50 \end{cases}$

$2xy = 50 - 2(7 + a)$

$2xy = 50 - 14 - 2a$

$xy = 18 - a$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-35

4. $\dfrac{\cos\left(x+\frac{41\pi}{4}\right)+\sin 2x+2}{\sqrt{4\pi^2-x^2}}=0$

ОДЗ: ~~$x\in[-2\pi;2\pi]$~~

$(2\pi-x)(2\pi+x)>0$

$x\in(-2\pi;2\pi)$

$\dfrac{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin 2x+2}{\sqrt{4\pi^2-x^2}}=0$

$\dfrac{\frac{\sqrt2}{2}\cos x-\frac{\sqrt2}{2}\sin x+2\cos x\sin x+2}{\sqrt{(2\pi-x)(2\pi+x)}}=0$

Замена: $\cos x-\sin x=t$

$t^2=(\cos x-\sin x)^2=\cos^2 x-2\cos x\sin x+\sin^2 x=1-2\cos x\sin x$

$\Rightarrow 2\cos x\sin x=1-t^2$

$\frac{\sqrt2}{2}t+1-t^2+2=0$

$t^2-\frac{\sqrt2}{2}t-3=0$

$2t^2-\sqrt2 t-6=0$

$D=2+48=50$

$t=\frac{\sqrt2\pm\sqrt{50}}{4}=\frac{\sqrt2\pm5\sqrt2}{4}$

$\left[\begin{array}{l}\cos x-\sin x=\frac{3\sqrt2}{2}\quad(1)\\ \cos x-\sin x=-\sqrt2\quad(2)\end{array}\right.$

1. $\frac{\sqrt2}{2}\cos x-\frac{\sqrt2}{2}\sin x=\frac{3}{2}$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}\Rightarrow x\in\varnothing$

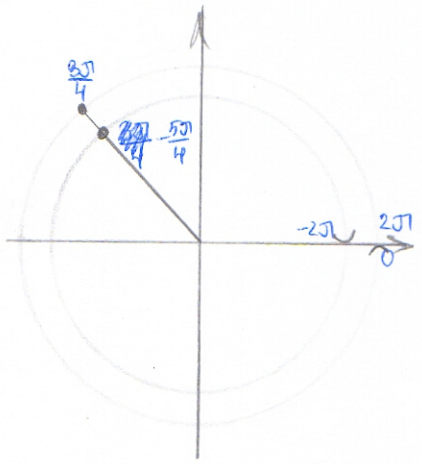
2. $\frac{\sqrt2}{2}\cos x-\frac{\sqrt2}{2}\sin x=-1$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$

$x+\frac{\pi}{4}=\pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$\begin{cases}x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ \text{ОДЗ}\end{cases}$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{4}\\ x=-\frac{5\pi}{4}\end{array}\right.$



Ответ: $-\frac{5\pi}{4};\ \frac{3\pi}{4}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-35

4. 14 ф. – f
2 б. – b
1 в. – v

$n_1 f + n_2 b + v = n_3 f + n_4 b$

$b - x = f = v + x$

$n_1 + n_3 = 14$

$n_2 + n_4 = 2$

$n_1 f + n_2 (f + x) + f - x = (14 - n_1) f + (2 - n_2)(f + x)$

$n_1 f + n_2 f + n_2 x + f - x = 14 f - n_1 f + 2 f - n_2 f + 2x - n_2 x$

$2 n_1 f + 2 n_2 f + 2 n_2 x = 15 f + 3x$

2