ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-10-15 24037

Класс 10 **Вариант** 31 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	4	8	8	–	–	10	–	–	38	тридцать восемь	

№1.

$$\frac{(20{,}18)^0\cdot x}{10{,}5\cdot\left(\frac{5^2}{6}\right)^{-1}-15{,}15:\left(\frac{2}{15}\right)^{-1}}=\frac{(-3)^2\cdot\left(1\frac{11}{20}-0{,}945:0{,}9\right)}{1\,^3/_{40}-4\,^3/_8:(7^{-1})^{-1}}$$

$$\frac{1\cdot x}{\frac{105}{10}\cdot\frac{6}{25}-\frac{1515}{100}\cdot\frac{2}{15}}=\frac{9\cdot\left(\frac{31}{20}-\frac{945}{1000}\cdot\frac{10}{9}\right)}{\frac{43}{40}-\frac{35}{8\cdot 7}}$$

$$\frac{x}{\frac{126}{50}-\frac{101}{50}}=\frac{9\cdot\left(\frac{31}{20}-\frac{105}{100}\right)}{\frac{43}{40}-\frac{5}{8}}$$

$$\frac{50x}{25}=\frac{9\left(\frac{155-105}{100}\right)}{\frac{43-25}{40}}$$

$$2x=\frac{9\cdot 1/2\cdot 40}{18}$$

$$2x=\frac{40}{4}=10$$

$$x=\frac{10}{2}=5$$

Ответ: $x=5$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-10-15

№2.

$$x^2-5+\frac{2x^2}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x^2-2x+1}$$

$$x^2-5+\frac{2x^2}{x-1}=\frac{2\cancel{(x-1)}}{(x-1)^{\cancel{2}}}$$

ОДЗ:
$x \neq 1$

$$x^2-5=\frac{2-2x^2}{x-1}$$

$$x^2-5=\frac{-2(x^2-1)}{x-1}$$

$$x^2-5=\frac{-2\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}$$

$$x^2-5=-2(x+1)$$

$$x^2-5=-2x-2$$

$$x^2+2x-3=0$$

$x=1$ ($\notin$ ОДЗ)

$x=-3$

Ответ: $x=-3$ ✓

№4.

$$(\sin 2x+\cos 2x+1)\sqrt{(\pi-x)(\pi/2+x)}=0$$

ОДЗ:
$\begin{cases} x \le \pi \\ x \geq -\pi/2 \end{cases} \Rightarrow x \in [-\pi/2;\pi]$ ✓

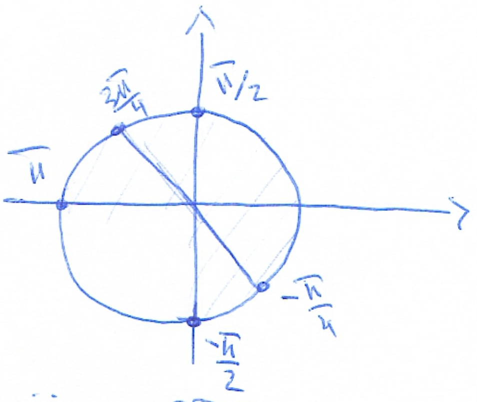
$$\left[\begin{array}{l} \sin 2x+\cos 2x+1=0 \\ \pi-x=0 \\ \pi/2+x=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \sqrt{2}\sin(2x+\pi/4)=-1 \\ x=\pi \\ x=-\pi/2 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin(2x+\pi/4)=-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x=\pi \\ x=-\pi/2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 2x+\pi/4=(-1)^{n+1}\cdot\pi/4+\pi n, n\in\mathbb{Z} \\ x=\pi \\ x=-\pi/2 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=(-1)^{n+1}\cdot\pi/8-\pi/8+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z} \\ x=\pi \\ x=-\pi/2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=2k: \\ x=-\pi/4+\pi k, k\in\mathbb{Z} \\ n=2k+1: \\ x=\pi/2+\pi k, k\in\mathbb{Z} \\ x=\pi \\ x=-\pi/2 \end{array}\right.$$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-10-15



с учётом ОДЗ:

$x = -\pi/2$

$x = -\pi/4$

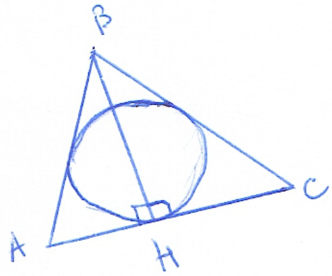
$x = \pi/2$

$x = 3\pi/4$

$x = \pi$

Ответ: $x = -\pi/2$; $x = -\pi/4$; $x = \pi/2$; $x = 3\pi/4$; $x = \pi$

№5



Дано: ABC - остроуг. Δ

$BH \perp AC$

$BH = 12$ см

$\sin A = \frac{12}{13}$

$\sin C = 4/5$

Найти: r

Решение:

$\cos A = \sqrt{1-\sin^2 A} = \sqrt{1-\frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$

$\cos C = \sqrt{1-\sin^2 C} = \sqrt{1-16/25} = \sqrt{9/25} = 3/5$

Рассмотрим прямоуг. ΔABH:

$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{12}{13}$

$\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{13}$

Рассмотрим прямоуг. ΔBHC

$\sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{4}{5}$

$\cos C = \frac{HC}{BC} = \frac{3}{5}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-10-15

1) $\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{12}{13} \Rightarrow AB = \frac{13BH}{12}$

$\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{13}$

$\frac{12AH}{13BH} = \frac{5}{13}$; $12\frac{AH}{BH} = 5$; $BH = \frac{12}{5}AH$

$\sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{4}{5} \Rightarrow BC = \frac{5BH}{4}$

$\cos C = \frac{HC}{BC} = \frac{3}{5}$

$\frac{4HC}{\cancel{5}BH} = \frac{3}{\cancel{5}}$; $4\frac{HC}{BH} = 3$

$4\frac{5HC}{\cancel{12}_3 AH} = 3$; $\frac{HC}{AH} = \frac{9}{5}$

$AC = HC + AH = 9 + 5 = 14$

2) $\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{12}{13}$; $BH = \frac{12AB}{13}$

$\sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{12AB}{13BC} = \frac{4}{5}$

$60AB = 52BC$

$\frac{AB}{BC} = \frac{13}{15}$

3) по т. синусов:

$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = \frac{13\cdot 5}{4} = \frac{65}{4}$

$\sin B = \frac{4AC}{65} = \frac{4\cdot 14}{65} = \frac{56}{65}$

4) $S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin B = \frac{1}{2}\cdot 13\cdot 15\cdot \frac{56}{65} = 84$

5) $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{84}{\frac{13+14+15}{2}} = \frac{168}{42} = 4$ (см)

Ответ: $r = 4$ см

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-10-15

№8.

$\operatorname{tg}\left(\frac{3}{4}\pi - \frac{1}{4}\arcsin\left(-\frac{4}{5}\right)\right) = A$ $\qquad -\frac{\pi}{2} < \arcsin\left(-\frac{4}{5}\right) < 0$

$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{4}\left(3\pi + \arcsin 4/5\right)\right) = A$ $\qquad \frac{\pi}{2} < \frac{3}{4}\pi - \frac{1}{4}\arcsin\left(-\frac{4}{5}\right) < \pi$

$3\pi + \arcsin 4/5 \overset{\text{об.}}{=} x$ $\qquad A < 0$

$\operatorname{tg} 1/4x = \dfrac{1 - \cos 1/2x}{\sin 1/2 x} = \dfrac{1 - \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}}{\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}}$

$\cos x = \cos(3\pi + \arcsin 4/5) = -\cos(\arcsin 4/5) = -\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin 4/5)} =$
$= -\sqrt{1 - 16/25} = -\sqrt{9/25} = -3/5$

$\operatorname{tg} 1/4x = \dfrac{1 - \sqrt{\frac{1-3/5}{2}}}{\sqrt{\frac{1+3/5}{2}}} = \dfrac{1 - \sqrt{2/10}}{\sqrt{8/10}} = \dfrac{1 - \sqrt{1/5}}{\sqrt{4/5}} = \dfrac{(1-\sqrt{1/5})\cdot\sqrt{4/5}}{4/5} =$

$= \dfrac{\sqrt{4/5} - \sqrt{4/25}}{4/5} = \dfrac{\left(\frac{2}{\sqrt5} - \frac{2}{5}\right)\cdot 5}{4} = \dfrac{\left(\frac{2\sqrt5 - 2}{\cancel{5}}\right)\cdot\cancel{5}}{4} = \dfrac{2(\sqrt5 - 1)}{4} =$

Ошибка в знаке $\qquad = \dfrac{\sqrt5 - 1}{2}$

Ответ: $A = \dfrac{\sqrt5 - 1}{2}$

№3.

$S = 295\text{м}$
$\vartheta_1 = 15\text{м/с}$
$\vartheta_{n,2} = \vartheta_{n,1} + (\cancel{t}-1)\cdot 3 = 1 + (n-1)\cdot 3$

$15t + (1 + (\cancel{t}-1)\cdot 3)t = 295$
$15t + t + 3t(t-1) = 295$
$3t^2 - 3t + 16t - 295 = 0$
$3t^2 + 13t - 295 = 0$
$t = 10\text{с}$

$\frac{10}{60} = \frac{1}{6} = 60° = \pi/3$

Ответ: $60° = \pi/3$ +

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-10-15

№10.

$$\frac{1}{\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}}}+\frac{1}{\sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}}}>2$$

$2\sqrt{2x-1}\overset{\text{об.}}{=}t$

$$\left(\frac{\sqrt{2x-t}+\sqrt{2x+t}}{\sqrt{2x-t}\cdot\sqrt{2x+t}}\right)^2>(2)^2$$

$$\frac{2x\cancel{-t}+2x\cancel{+t}+2\sqrt{(2x-t)(2x+t)}}{(2x-t)(2x+t)}>4$$

$$\frac{4x+2\sqrt{4x^2-t^2}}{4x^2-t^2}>4$$

$$\frac{4x+2\sqrt{4x^2-4(2x-1)}}{4x^2-4(2x-1)}>4$$

$$\frac{4x+2\sqrt{4x^2-8x+4}}{4x^2-8x+4}>4;\quad \frac{4x+2\sqrt{(2x-2)^2}}{(2x-2)^2}>4$$

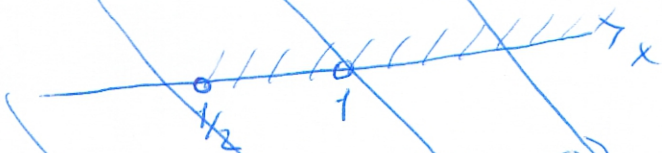
ОДЗ: $2x-2\neq0$, $x\neq1$

$$\frac{4x+2(2x-2)}{(2x-2)^2}>4;\quad \frac{4x+4x-4}{(2x-2)^2}>4;\quad \frac{4(2x-1)}{(2x-2)^2}>4$$

~~нули: $4(2x-1)=0$~~

~~$2x-1=0$~~

~~$x=1/2$~~



~~Ответ: $(1/2;1)\cup(1;+\infty)$~~

$$\frac{4(2x-1)-4(2x-2)^2}{(2x-2)^2}>0$$

$$\frac{4(2x-1-4x^2+8x-4)}{(2x-2)^2}>0$$

$$\frac{4(-4x^2+10x-5)}{(2x-2)^2}>0$$

$$\frac{4\left(x+\frac{10-\sqrt{20}}{8}\right)\left(x+\frac{10+\sqrt{20}}{8}\right)}{(2x-2)^2}>0$$

нули: $x=\frac{10-\sqrt{20}}{8}$; $x=\frac{10+\sqrt{20}}{8}$