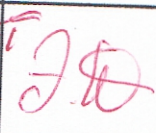


ШИФР

70-09-07

Класс 9 Вариант 3-2 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	8	12	12	2	2	16	72	Семьдесят два	

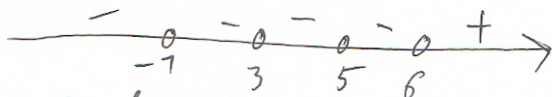
1 Сначала разложим квадратные множители на линейные, затем используем метод интервалов сократив на $(x+1)^2$

$$\frac{(x^2-2x+3)(x^2-8x+7)(x-5)}{(x^2-9x+19)(x+1)^2} \leq 0 \quad \left| \cdot \frac{(x+1)^2}{x^2-2x+3} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{дробь} \geq 0, \text{ неравенство} \\ \text{строгое} \Rightarrow \text{можно умножить на неотрицательное} \end{array} \right.$$

$$\frac{(x-3)(x-5)^2}{(x-3)(x-6)(x+1)^2} < 0$$

$$\frac{x-5}{x-6}$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; 5) \cup (5; 6)$$



Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; 5) \cup (5; 6)$

2 $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5+\sqrt{27}}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{27}}{2} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{27}}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{27}}{2} = \frac{\sqrt{3+7+2\sqrt{27}}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{27}}{2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{27}}{2} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2}{3-7} + \frac{\sqrt{27}}{2}$
 $= \frac{2\sqrt{27} - 3 - 2\sqrt{27} - 7}{4} = -\frac{10}{4} = -2,5$

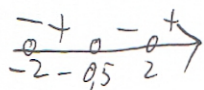
Ответ: $-2,5$

3 Пусть $x^3 = a, y^3 = b$. Тогда:

$$\frac{x^2 - 8y^3}{x^2 + 2xy + 4y^3} : \left(\frac{2y}{x} - 1 \right) = \frac{x^3 - 8y^3}{x(x^2 + 2xy + 4y^3)} \cdot \frac{x}{2y - x} = \frac{x(x-2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)}{-x(x^2 + 2xy + 4y^2)(x-2y)} = -1$$

Ответ: -1

4 $\frac{5}{2-x} > \frac{3}{x+2}$



$$\frac{5}{x-2} + \frac{3}{x+2} \leq 0$$

$$\frac{4(x+0,5)}{(x-2)(x+2)} < 0$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (-0,5; 2)$

$x = -3$

Ответ: $x = -3$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

70-09-08

5) $\sqrt{2x^2+x+4} = -2x-3$

ОДЗ: $x \leq -1,5$

$$2x^2+x+4 \geq 4x^2+12x+9$$

$$2x^2+11x+5=0$$

$$x_{1,2} = -5; -0,5$$

$$x = -0,5 \notin \text{ОДЗ}$$

$$x = -5$$

Ответ: -5.

6) $M+3 = 0,2(N-1)$

$$\frac{M+4}{2N+8} = ?$$

$$M+3 = 0,2(N-1)$$

$$N-1 = 5M+15$$

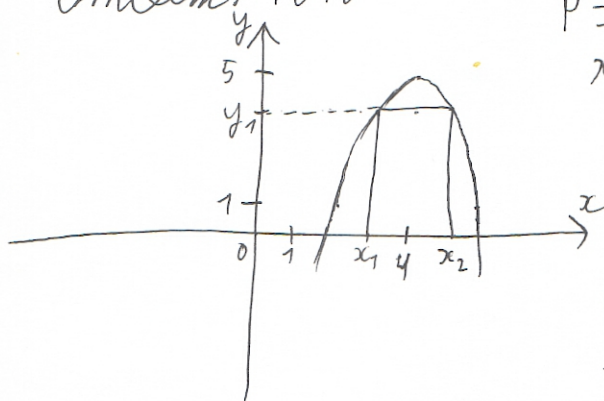
$$N = 5M+16$$

$$\frac{M+4}{2N+8} = \frac{M+4}{10M+40} = \frac{M+4}{10(M+4)} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \cdot 100\% = 10\%$$

Ответ: 10%

7)



$$P = (x_2 - x_1 + y_1) \cdot 2$$

$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow x_2 = 8 - x_1$$

$$P = (8 - 2x_1 + y_1) \cdot 2$$

$$y_1 = -x_1^2 + 8x_1 - 3$$

$$P = (-x_1^2 + 6x_1 - 3) \cdot 2$$

$$P_{\max} \text{ при } (-x_1^2 + 6x_1 - 3)_{\max} \Rightarrow \text{при } x_1 = \frac{-6}{-2} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\max} = (-9 + 18 - 3) \cdot 2 = 12$$

Ответ: $P_{\max} = 12$.

8) $y = (k-9)x^2 + 4kx - 2k$

$$x_0 = \frac{-2k}{k-9} < 0$$

$$y_0 = -2k + \frac{16k^2}{8k(k-9)} = \frac{-2k}{k-9} - 2k = -\frac{2k(k-10)}{k-9} < 0$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

70-09-06

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-2k}{k-9} < 0 \\ -2 \frac{k(k-10)}{k-9} < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{k-9} > 0 \\ \frac{k(k-10)}{k-9} > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k \in (-\infty; 9) \cup (9; +\infty) \\ k \in (0; 9) \cup (10; +\infty) \end{array} \right.$$

$$x_0 = \frac{-2k}{k-9} < 0$$

$$y_0 = -2k - \frac{16k^2}{4(k-9)} = -\frac{4k^2 + 2k^2 - 10k}{k-9} = \frac{-6k(k-3)}{k-9} < 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-2k}{k-9} < 0 \\ -\frac{6k(k-3)}{k-9} < 0 \end{array} \right.$$

Центр-ан кеве-к!

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{k-9} > 0 \\ \frac{k(k-3)}{k-9} > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k \in (-\infty; 9) \cup (9; +\infty) \\ k \in (0; 3) \cup (9; +\infty) \end{array} \right.$$

$$k \in (9; +\infty)$$

$$k = 10$$

Ответ: $k = 10$

⑨ 5 чисел. Их сумма будет равна $37 \cdot 5 + 16 \cdot 5 \cdot x$ (н.к. можно к каждому числу прибавить 16, и они останутся в последовательности). Тогда $5 \cdot (37 + 16x) = k^2 \Rightarrow 37 + 16x : 5 \Rightarrow x = 5a - 2 \Rightarrow 5(8a + 5) = k^2 \Rightarrow 16a + 1 = (\frac{k}{5})^2 = n^2 \Rightarrow 16a = (n-1)(n+1)$. П.к. x - натуральное, но $n+1 = 16 \Rightarrow n-1 = a = 14 \Rightarrow x = 68 \Rightarrow k^2 = 5625$

Ответ: 5 чисел; 5625

Наше, ю. сущее!



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

70-09-06

10) Пусть $n-2 = ak$, $n^3+2 = bk$, причем $a, b, k \in \mathbb{N}$, $\text{НОД}(a, b) = 1$.

Тогда $\text{НОД}(n-2; n^3+2) + \text{НОК}(n-2; n^3+2) = n^3+n \Rightarrow$

$$\text{НОД}(ak; bk) + \text{НОК}(ak; bk) = ak + bk$$

$$k + k \{ab = k(a+b)$$

$$ab + 1 = a + b$$

$$ab - a - b + 1 = 0$$

$$(a-1)(b-1) = 0$$

$$a = 1 \text{ или } b = 1$$

$$\text{т.к. } a, b, k \in \mathbb{N}, \text{ то } n^3+2 > n-2 \Rightarrow b > a \Rightarrow a = 1$$

$$a = 1$$

$$n-2 = k$$

$$n^3+2 = bk$$

$$n^3+2 : n-2$$

$$n^3+2 = (n-2)(n^2+2n+4) + 10$$

$$10 : n-2$$

$$n \in \{1; 2; 5; 10\}$$

$$n = 3; 4; 7; 12.$$

$$\text{Ответ: } n = 3; 4; 7; 12.$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

2



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

2