ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-02 31346

Класс 11 **Вариант** 32 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3	4	12	12	6	8	16	16	75	семьдесят пять	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-02

N1

$$\frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{8}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{7}+\frac{4}{5}} = \frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{25}{3}+\frac{7}{10}}{\frac{x}{9}}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{5\cdot 3}{2x}$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$.

N2.

$$\frac{x^2+7}{x-7} - 4 = \frac{8x}{x-7}$$ ОДЗ: $x \neq 7$

$$x^2 + 7 - 4x + 28 = 8x$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = 35 \\ x_1 + x_2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 7 \text{ не входит в ОДЗ} \\ x_2 = 5 \end{array}\right.$$

Ответ: $x = 5$

~~N3~~

$S = 7$

$a_1 = 1$

$d = \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} a_n = a_1 + d\cdot n \\ S = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_n = 1 + \frac{1}{2}\cdot n \\ 7 = \frac{1 + a_n}{2}\cdot n \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7 = \frac{1 + \left(1 + \frac{1}{2}n\right)}{2}\cdot n \Leftrightarrow 7 = n + \frac{1}{4}n^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}25n^2 + n - 7 = 0$$

$$\begin{cases} n_1 n_2 = -28 \\ n_1 + n_2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow n_1 = \quad n_2 =$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-02

№3

За 1-ый прыжок 1 секунд, 2-ой, за каждый на 0,5 сек больше

Легенько эта задачка списана с усл. задачи.

Если он промахивался серией, то:

I он мог промахнуться 4 раза подряд: 1 + 1,5 + 2 + 2,5 = 7, 4-ый попал

в итоге он попадет 21 раз

II он мог промахиваться 3 раза серией: 1 + 1,5 + 2 + 1 + 1,5 = 7

в итоге он попадет 20 раз

III мог промахнуться 2 раза серией 1 + 1,5 + 1 + 1 + 1,5 + 1 = 7

в итоге он попадет 19 раз

IV он может не попадать одиночными выстрелами (через раз) 1+1+1+1+1+1=7

в итоге он попадет 18 раз.

Ответ: от 18 до 21 раза

№4

$$\frac{\cos\left(x+\frac{41\pi}{4}\right)+\sin 2x+2}{\sqrt{4\pi^2-x^2}}=0$$

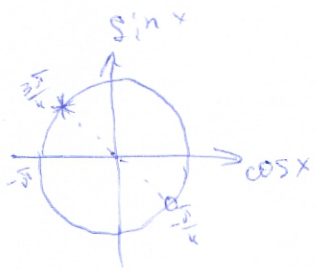
ОДЗ: $x\in(-\infty;-2\pi)\cup(2\pi;+\infty)$

Ошибка

$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sin 2x-2$

$\in[-1;1]$ $\in[-3;-1]$

$$\begin{cases}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\\ \sin 2x=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+\frac{\pi}{4}=\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\\ 2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\\ x=-\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}$$



Ответ: $\left\{\frac{3\pi}{4}+2\pi n\right\},\ n\in\mathbb{Z}\setminus\{-1;0\}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 70-11-02

№ 5

Круг будет вписан в сектор, продолжив стороны которого и построив общую касательную к этим 2-м окружностям мы получим, что малый круг также является вписанным в этот треугольник. Он будет равносторонним, т.к. все его углы равны 60°

$S_{мал} = \left(\frac{1}{3}h\right)^2 \cdot \pi = \frac{\pi h^2}{9}$ где h – радиус большей окружности, а также высота и медиана треугольника, проведенная из вершины, а как известно, центр вписанной окружности делит медиану 2:1 от вершины

$S_{больш} = h^2 \cdot \pi \Rightarrow$ $S_{сект.} = h^2 \cdot \pi \cdot \frac{60}{360} = \frac{\pi h^2}{6}$ ✓

$$\frac{S_{сект}}{S_{мал}} = \frac{\frac{\pi h^2}{6}}{\frac{\pi h^2}{9}} = \frac{9}{6} = 1{,}5$$

Ответ: $\frac{S_{сект}}{S_{мал}} = 1{,}5$

№ 6

Представим выражение A в виде: $A = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdots \frac{2018^2 - 1}{2018^2}$

его можно представить в виде:

$$A = \frac{n^2-1}{n^2} \cdot \frac{(n+1)^2-1}{(n+1)^2} \cdot \frac{(n+2)^2-1}{(n+2)^2} \cdots$$

разложив, мы получим:

$$A = \frac{(n-1)(n+1)}{n \cdot n} \cdot \frac{n(n+2)}{(n+1)(n+1)} \cdot \frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)(n+2)} \Rightarrow$$ итоговое выражение

примет вид $\frac{(2-1)}{2} \cdot \frac{2019}{2018}$ $(т.к.\ n_{min} = 2)$

в результате $A = \frac{2019}{4036}$

Ответ: $A = \frac{2019}{4036}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

№7

Обозначим стоимости:
футбольного — a
баскетбольного — $a+\Delta x$
волейбольного — $a-\Delta x$

Тогда: [illegible]

Суммарно потратили: [illegible]

$14a + 2a + 2\Delta x + a - \Delta x = 17a + \Delta x$:2

Тк баскетбольных и волейбольных мячей нечетное кол-во, то их стоимость должна быть четной

представим, что волейбольный мяч стоит 2
футбольный 3
баскетбольный 4, тогда с одинаковой стоимостью окажутся на:

① 8 футбольных, 1 волейб. $\Rightarrow 26 = 26 \Leftarrow$ ② 6 футбольных, 2 баскетбольных

Ответ: 8 футбольных, 1 волейбольный

Правильно ли рассуждение?

№8 $\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

$A = tg\left(\frac{5\pi}{4} + \frac{\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)}{4}\right) = tg\left(\frac{1}{4}\left(5\pi + \arccos\left(-\frac{4}{5}\right)\right)\right)$

угол будет находиться в 1 четверти, поэтому можем оставить модули.

$tg\left(\frac{1}{4}\alpha\right)$, где $\alpha = \pi + \arccos\left(\frac{4}{5}\right)$

$tg\left(\frac{1}{4}\alpha\right) = \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{4}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = \sqrt{\frac{\sin^2\frac{\alpha}{4}}{\cos^2\frac{\alpha}{4}}} = \sqrt{\frac{1-\cos^2\frac{\alpha}{2}}{1+\cos\frac{\alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}}{1+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\left(\pi + \arccos\left(-\frac{4}{5}\right)\right) = -\cos\left(\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)\right) = \frac{4}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{1+\frac{4}{5}}{2}}}{1+\sqrt{\frac{1+\frac{4}{5}}{2}}}} = \sqrt{\frac{1-\frac{3}{\sqrt{10}}}{1+\frac{3}{\sqrt{10}}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{10}-3}{\sqrt{10}+3}} = \frac{1}{\sqrt{19+6\sqrt{10}}}$

Ответ: $A = \frac{1}{\sqrt{19+6\sqrt{10}}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

№9

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2(7+a) \\ (x+y)^2 = 50 \end{cases}$$ — 2 решения

$2xy = 36 - 2a$, как видно, нужно, чтобы переменные x и y имели различные значения, при этом второе решение мы получим обменяв их местами $\Rightarrow$ других корней быть не должно, либо одинаковые уравнения, но 2 корня.

в I случае, $36 - 2a < 0$, тк иначе x и y смогут принимать различные корни

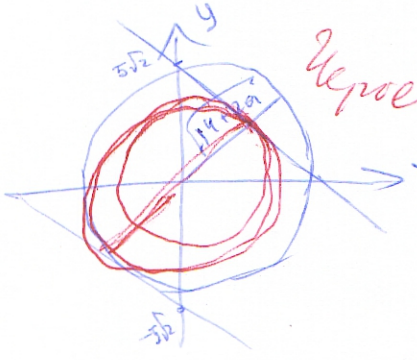
во II-ом случае: $x = y$, чтобы они могли быть как отрицательными, так и положительными.

Ответ:

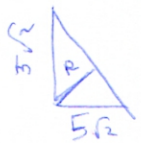
$x^2+y^2 = 50$

$\begin{cases} x+y = -5\sqrt{2} \\ x+y = 5\sqrt{2} \end{cases}$

$\begin{cases} y = -5\sqrt{2} - x \\ y = 5\sqrt{2} - x \end{cases}$



Чертеж :D



$\Rightarrow \sqrt{14+2a} = \frac{5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}} = \frac{50}{10} = 5$

$14 + 2a = 25$

$2a = 11$

$a = 5{,}5$

Ответ: при $a = 5{,}5$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

№10

$$\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}+\frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}>2$$

ОДЗ: $\begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$

$$\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x^2-4x+4}}>2$$

$$\frac{x-2\sqrt{x-1}+x+2\sqrt{x-1}+2\sqrt{(x-2\sqrt{x-1})(x+2\sqrt{x-1})}}{\sqrt{(x-2)^2}}>2$$

?

?

$$\frac{2x+2|x-2|}{(x-2)^2}>2$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\in(1;2) \\ \dfrac{2x-2x+4}{(x-2)^2}>2 \end{cases} \\ \begin{cases} x\in(2;+\infty) \\ \dfrac{2x+2x-4}{(x-2)^2}>2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\in(1;2) \\ \dfrac{4-(x-2)^2}{(x-2)^2}>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x\in(2;+\infty) \\ \dfrac{2x-2-(x-2)^2}{(x-2)^2}>0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\in(1;2] \\ x\in(2-\sqrt{6};2+\sqrt{6}) \end{cases} \\ \begin{cases} x\in(2;+\infty) \\ x\in(3-\sqrt{3};3+\sqrt{3}) \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $x\in(1;2)\cup(2;3+\sqrt{3})$.