



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр

97151 Класс

11

Вариант 2/

Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	3	1	5			4	2	8	

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	5	пятьдесят пять	
---	---	----------------	--

№1.

Аннотация: Задача - 4 (Центр) 5.
Баллов - (АВ Пашева) 5 / (Аннотация)

$$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0 \Leftrightarrow [x^3 = t] \Rightarrow t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$$

$$\Rightarrow t(t^2 - 2021) - (t - \sqrt{2021}) = 0 \Rightarrow t(t^2 - 2021) - (t - \sqrt{2021}) = 0$$

$$\Rightarrow t(t^2 - 2021) - (t - \sqrt{2021}) = 0 \Rightarrow (t - \sqrt{2021})(t(t + \sqrt{2021}) - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - \sqrt{2021})(t^2 + t\sqrt{2021} - 1) = 0$$

Решим уравнение: $t^2 + t\sqrt{2021} - 1 = 0 \Rightarrow$

$$D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2} \\ t = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2} \\ t = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} \\ t = \sqrt{2021} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}} \\ x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}} \\ x = \sqrt[6]{2021} \end{cases}$$

Ответ: $\sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}, \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}, \sqrt[6]{2021}$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр

97151 Класс

11

Вариант

21

Дата

19.02.2022

№2

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) + \left(\frac{1}{2} + x\right) \cdot f(1-x) = 1$$

Заметим что при $x = -\frac{1}{2}$ $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$

Заметим что при $x = \frac{1}{2}$ $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$\exists y = x_0$ - корни $f(x)$ $x_0 \in \mathbb{R}$

Получим: $f(x_0) + \left(\frac{1}{2} + x_0\right) \cdot f(1-x_0) = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{2} + x_0\right) \cdot f(1-x_0) = 1 \Rightarrow$
 $= f(1-x_0) = \frac{1}{\frac{1}{2} + x_0} \Rightarrow f(1-x_0) = \frac{2}{1+2x_0-2, 1, 2}$ *неверное преобразование*

$$\Rightarrow f(1-x_0) = \frac{2}{3-2(1-x_0)} \Rightarrow f(1-x_0) = \frac{2}{3-2(1-x_0)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \quad f(x) + \left(\frac{1}{2} + x\right) \cdot f(1-x) = 1 \quad ; \quad f(x) = \frac{2}{3-2(x)}$$

Отсюда: $f(x) = \frac{2}{3-2x}$

3



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

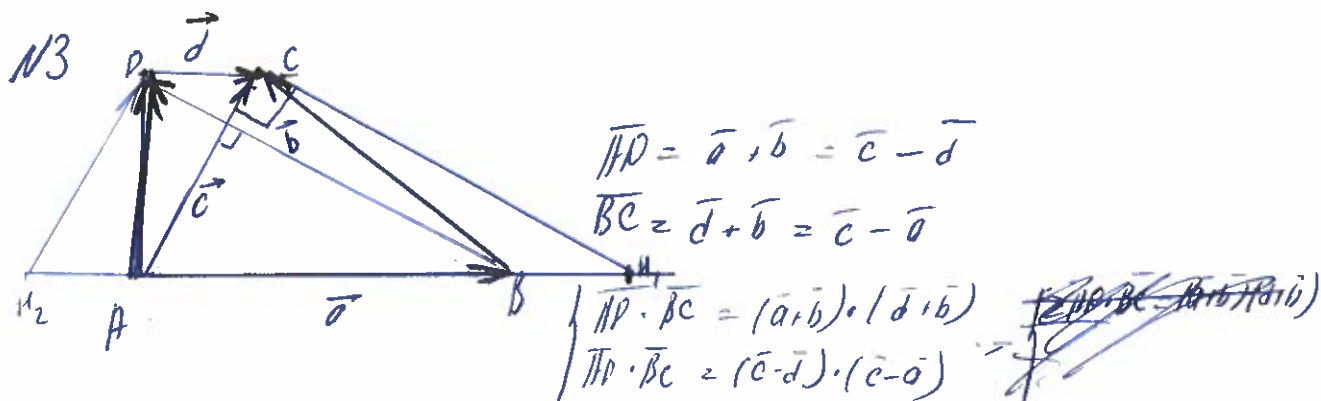
Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97151 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{d} + \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{d} + \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{b} \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = c^2 - \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} - \overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{c} + \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 31.55 + \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{d} + \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{b} \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = c^2 - \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} - \overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{c} + 31.55 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \cdot 31.55 + \overrightarrow{a}(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}) + \overrightarrow{d}(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}) + c^2 + b^2 =$$

$$= 3410 + (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{d})(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}) + c^2 + b^2 = 3410 + (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{d})(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c}) + (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{d})^2$$

$$= 3410 + (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{d})^2 + (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{d})^2 = 3410 \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 1705$$

Ответ: 1705

15



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр

97151 Класс

11

Вариант

21

Дата

19.02.2022



N5.

нак. ед.	P	D	T
Кол-во	N_1	N_2	N_1, N_2
Объ. сток	$4x$	x	$5x$
мин. Ст. ак. Т. ак. 15	$t+16$	t	42
макс. Ст. ак. Т. ак. 10	$t+20$	t	60

каждый объект имеет
свои собственные условия

$$S = \frac{1}{2(1 + \frac{4x + 64 - 64}{t+10})} = \frac{1}{2(5 - \frac{64}{t+16})}$$

мин $\frac{N_2}{N}$ будет при max t

$$\frac{x}{t} + \frac{4x}{t+16} = \frac{5x}{S} \Rightarrow \frac{1}{t} + \frac{4}{t+16} = \frac{5}{S} \Rightarrow \frac{t+16 + 4t}{t^2+16t} = \frac{5}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5t+16}{t^2+16t} = \frac{5}{S} \Rightarrow 5t+16 = \frac{5}{S} t^2 + \frac{80}{S} t \Rightarrow \frac{5}{S} t^2 + (\frac{80}{S} - 5)t - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \left[0 = \frac{6400}{S^2} - \frac{800}{S} + 25 + \frac{320}{S} = \frac{6400}{S^2} - \frac{480}{S} + 25 \right] \Rightarrow$$

$$\frac{N_2}{N} = \frac{N_2}{2(N_1+N_2)} = \frac{1}{2(1 + \frac{N_1}{N_2})}$$

мин $\frac{N_2}{N}$ будет при min N_2 и max N_1

$$N_1 = \frac{4x}{t+16}$$

max N_1 будет при...

мин Ст. ак. $t+16$

$$max N_2 = \frac{4x}{t+16}$$

$$N_2 = \frac{x}{t}$$

$$min \frac{N_2}{N} = \frac{1}{2(1 + \frac{4x}{t+16} \cdot \frac{t}{x})} = \frac{1}{2(1 + \frac{4t}{t+16})}$$

4



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный университет (математика)

Шифр

97151 Класс

11

Вариант

21

Дата

19.02.2022



Прочитали 15

$$N_1 \cdot (t+10) = 4N_2 \cdot t \Rightarrow N_2 = \frac{N_1 \cdot (t+10)}{4t}$$

$$N_1(t+10) + N_2 t = (N_1 + N_2) S \Rightarrow N_1(t+10) + \frac{N_1(t+10)}{4} = (N_1 + \frac{N_1(t+10)}{4t}) S$$

$$\Rightarrow \frac{5N_1(t+10)}{4} = N_1 S$$

$$\max t \Rightarrow t = \frac{5S - 80 + \sqrt{6400 - 400S + 25S^2}}{10}$$

$$\frac{\delta t}{\delta S} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{6400 - 400S + 25S^2}} \cdot (-400 + 50S) =$$

$$\frac{\delta t}{\delta S} = 0 \Rightarrow \sqrt{6400 - 400S + 25S^2} + 400 - 50S = 0 \Rightarrow$$

$$6400 - 400S + 25S^2 = 400^2 - 2 \cdot 400S + 2500S^2 \Rightarrow$$

$$2475S^2 - 48020S + 224000 = 0 \Rightarrow$$

$$495S^2 - 9504S + 44800 = 0 \Rightarrow$$

⇒ Надо найти миним t . [Возможны два случая]

и Возможны два случая

S от 42 до 60. тогда надо найти ЛТО.

происходящая в дождь. Ударяет Висел. Ангелы

Знаешь Максимально отклон Виселы Висел

Стр.

5

Рассмотрим случай, что человек и автомобиль движутся в одном направлении. Тогда человек будет опережать автомобиль.

46



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97151 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Реш. №6.

4. $\triangle AOC$ - прямоугольн. (т.к. опираем на диаметр AC)

$$\Rightarrow AC = \sqrt{OC^2 - AO^2} = \sqrt{144 - 96} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

Соединим.

$$AO = \frac{AB_1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{AC}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$$

$$AO_1^2 = AO^2 - AO_1^2 = 96 - 16 = 80 = 16 \cdot 5$$

$$V = SABOC_1 \cdot AO_1 = \frac{AB_1^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{AO_1}{2} = \frac{49 \cdot \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{5}}{2}$$

$$= 96\sqrt{15}$$

Отвеш. $96\sqrt{15}$