ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Кубанский государственный технологический университет

Шифр 84825 Класс 10
Вариант 22 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	9	~~0~~ 10	14	~~0~~ 2					

Оценка цифрами ~~28~~ 40 Оценка прописью ~~двадцать восемь~~ Сорок Подпись

Апелляция: 3 задание – 10 (десять) б, 5 задание – 2 (два) б/б
Бацеев – (Лобышева)
Ромасенко

Задача 1

$x^9-2022x^3-\sqrt{2021}=0$; Замена $x^3=t$,

$t^3-2022t-\sqrt{2021}=0$

Заметим, что $t=-\sqrt{2021}$ – корень уравнения, действительно:

$t^3-2022t-\sqrt{2021}=-2021\sqrt{2021}+2022\sqrt{2021}-$
$-\sqrt{2021}=0$ при $t=-\sqrt{2021}$, тогда:

$t^3-2022t-\sqrt{2021}=(t+\sqrt{2021})(t^2-\sqrt{2021}t-1)$,

корни уравнения $t^2-\sqrt{2021}t-1$:

$\frac{\sqrt{2021}\pm\cancel{\sqrt{\quad}}45}{2}$, сделаем обратную

замену $x3=t$ или же $x=\sqrt[3]{t}$,

откуда будут следовать 3 корня:

$\sqrt[3]{-\sqrt[2]{2021}}=-\sqrt[6]{2021}$; $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}\pm 45}{2}}$. Они и ⑤ будут корнями $x^9-2022x^3-\sqrt{2021}=0$.

Задача 2

$f(x)-(x-0{,}5)f(-x-1)=1$

Подставим в это выражение $-x-1$ вместо x, получим:

$f(-x-1)-(-x-1{,}5)\cdot f(x)=1$; преобразуем $f(x)-(x-0{,}5)\cdot f(-x-1)=1$:

$f(-x-1)\cdot(x-0{,}5)=f(x)-1 \;\vdots\; (x-0{,}5)$,

если $x=0{,}5$, то $f(0{,}5)=1$, теперь можно делить:

$f(-x-1)=\frac{f(x)-1}{x-0{,}5}$, подставим в

~~$f(-x-1)-(-x-1{,}5)=f($~~

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Кубанский государственный технологический университет

Шифр 84825 Класс 10
Вариант 22 Дата 19.02.2022

$$f(-x-1)-(-x-1{,}5)\cdot f(x)=1$$

$$\frac{f(x)-1}{x-0{,}5}+(x+1{,}5)\cdot f(x)=1\Big|\cdot(x-0{,}5)$$

$$f(x)-1+(x-0{,}5)(x+1{,}5)\cdot f(x)=x-0{,}5$$

$$f(x)+(x-0{,}5)(x+1{,}5)\cdot f(x)=x+0{,}5$$

$$f(x)\left(1+(x-0{,}5)(x+1{,}5)\right)=x+0{,}5\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{x+0{,}5}{1+(x-0{,}5)(x+1{,}5)}=\frac{x+0{,}5}{1+x^2+x-0{,}75}=$$

$$=\frac{x+0{,}5}{x^2+x+0{,}25}=\frac{(x+0{,}5)}{(x+0{,}5)^2}=\frac{1}{x+0{,}5},$$

⑨

что подходит под условие

Ответ: $f(x)=\dfrac{1}{x+0{,}5}$.

Не рассмотрен случай $x=-0{,}5$

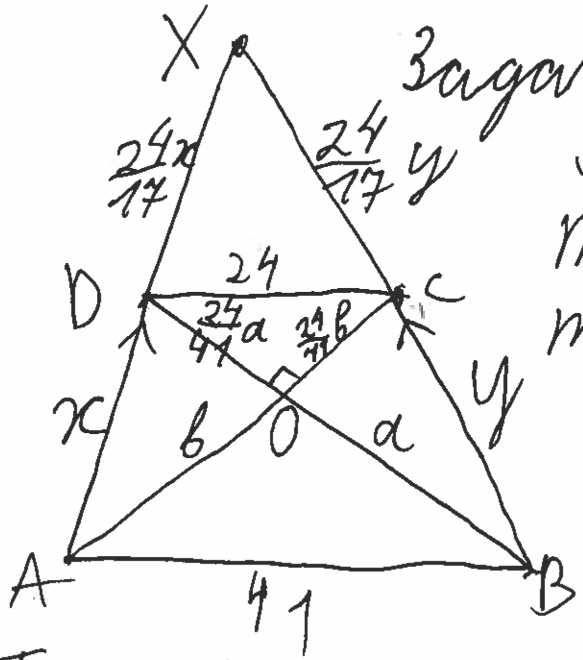
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Кубанский государственный технологический университет

Шифр 84825 Класс 10
Вариант 22 Дата 19.02.2022



Задача 3

Пусть $AO = b$; $OB = a$, тогда из подобий треугольников DOC и $AOB \Rightarrow OC = \frac{24}{41}b$; $OD = \frac{24}{41}a$.

Пусть $AD = x$; $CB = y$; точка X – точка пересечения AD и CB. Тогда из подобия треугольников XDC и XAB, $XD = \frac{24}{17}x$; $XC = \frac{24}{17}y$

~~cos ∠ =~~ ~~cos ∠ X~~ $\cos\angle DXC = \frac{XD^2 + XC^2 - DC^2}{2\cdot XD\cdot XC}$

Доказывается через теорему косинусов.

$$\cos\angle DXC = \frac{24^2\left(\frac{y^2}{289}+\frac{x^2}{289}-1\right)}{2\cdot\frac{\cancel{24}}{17}x\cdot\frac{\cancel{24}}{17}y} =$$

$$= \frac{y^2+x^2-289}{2xy}$$, косинус угла между $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$ будет отличатся на -1; $\frac{289-y^2-x^2}{2xy}$, ~~угол между~~

скалярное произведение векторов:

$$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AD}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cdot\cos\angle = \cancel{xy}\cdot\frac{289-y^2-x^2}{2\cancel{xy}} =$$

$$= \frac{289-y^2-x^2}{2}$$; $y^2 = CO^2+OB^2$;

$x^2 = OD^2+OA^2$

$$x^2+y^2 = CO^2+OB^2+OD^2+OA^2 =$$

$$= a^2+b^2+\left(\frac{24}{41}\right)^2\cdot(a^2+b^2)$$, причём из $\triangle AOB \Rightarrow b^2+a^2 = 41^2$, значит

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Кубанский государственный технологический университет

Шифр 84825 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

$$a^2+b^2+\left(\frac{24}{41}\right)^2\cdot(a^2+b^2)=41+\frac{576}{41}=x^2+y^2,$$

$$\frac{289-(x^2+y^2)}{2}=\frac{289-41-\frac{576}{41}}{2}=$$

$$=\frac{248-\frac{576}{41}}{2}=124-\frac{576}{82}$$

Ответ: $124-\frac{576}{82}$.

Решение неверно $\textcircled{0}$

Рассуждения верные, но допущена арифметическая ошибка. Получен неверный ответ.

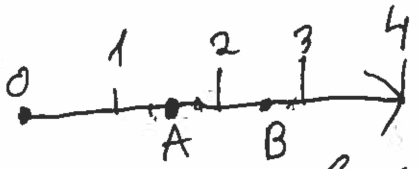
10б

/ЛВ Бакеева/

/Романова/

Задача 4

Пусть наша труба- числовой отрезок от 0 до 4, нам надо найти вероятность, что при случайном выборе 2 точек, получатся 3 отрезка длины не менее 1. ~~Рассмотрим~~



~~все точки~~ Условие может выполнится толькое если одна точка на отрезке 12, а вторая на 23. Вероятность такого уже $\frac{2}{4\cdot4}$ (4·4 варианта расположений разрезов и только 2 ~~да~~ подходят), $\frac{2}{4\cdot4}=\frac{1}{8}$. Поделим все варианты на пары. Для точек A_1 и B_1, где A_1 лежит на 12, а B_1 на 23, отразим ~~из~~ их относительно A и B (середины 12 и 23) соответственно. Несложно понять, что только в одной из 2 пар будет выполняться условие и вероятность будет $\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

⑭

Ответ: $\frac{1}{16}$

Задача 5

Пусть $a_1; a_2; a_3$ количество акций в пакете Разнефти, Дванефти и Тринефти. А цена каждой акции $s_1; s_2; s_3$.

Тогда по условию:

$a_1+a_2=a_3$ $s_1+s_2=s_3$

$3s_2=s_1$

Математика

Площадка написания: Кубанский государственный технологический университет

Шифр 84825 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Надо найти минимум и максимум $\frac{a_3S_1}{a_1S_1+a_2S_2+a_3S_3}$, чтобы найти максимум, надо при фиксированом a_3 и S_3 найти $\min(a_1S_1+a_2S_2)$, если S_3 фиксировано, то из $S_1+S_2=S_3$ и $3S_2=S_1$, находим: $S_2=0{,}25S_3$; $S_1=0{,}75S_3$; тогда:

$aS_1+a_2S_2=0{,}25S_3\cdot a_2+0{,}75a_1S_3$ ~~$=a_1\,0{,}25S_3$~~

$=0{,}25S_3(a_2+3a_1)=0{,}25S_3(a_3+2a_1)$, надо найти минимум a_1, это будет при ~~$a_2=8000$; $a_1=10000$~~; $a_2=4000$; $a_1=14000$; $a_3=18000$ (следует из условий), в этом случае $\frac{a_3S_3}{a_1S_1+a_2S_2+a_3S_3}=\frac{72}{118}$,

a_1, a_2, a_3 — кол-во акций, а не стоимость! (из обозначений)

Решение неверно

случаи минимума, надо максимум a_1, это при $a_1=30000$; $a_2=12000$; $a_3=42000$ и $\frac{a_3S_3}{a_1S_1+a_2S_2+a_3S_3}=\frac{168}{270}$.

0

25

Приведены рассуждения, следуют из условия задачи, но не приводят к правильному решению. Задача не решена.