



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94081 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	0	0	0	2	0	0	3	0	

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	0	пятьдесят три							
---	---	---------------	--	--	--	--	--	--	--

Анализ: ~~Задание~~ ~~Задание~~ - (Задание) Задание

Чтобы условие выполнялось нужно, чтобы первое значение было не расстоянием не меньше 1 м от ~~каждых~~ краёв.



Отрезок, где может оказаться ~~второе~~ ^{первое} значение длины 2 м, значит вероятность выполнения условия первым значением $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Второе ~~свое~~ значение - событие, не ~~зависит~~ ^{зависит от первого} от первого. Вероятность такой ситуации находится по правилу умножения: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, где $\frac{1}{2}$ - вероятность выполнения условия вторым значением.

Чтобы найти $\frac{1}{4}$, введём систему координат Ox , где x_1 - координата первого значения,



Заметим, что x_2 (расположение второго значения),

на ~~ка~~ ^{если} разбить ~~мест~~ ^{трубу} первым значением находится на большей части, кроме одного случая: когда $x_1 = 2$, x_2 может быть 1 или 3. Вероятность такого крайне мала: x_1 должен быть равен ровно 2 м, + значение 2 должно попасть в одну из точек 2 или 3, а у нас бесконечно количество вариантов целых координат.

Значит количество вариантов расположения x_2 меняется в зависимости от x_1 линейно. Если отрезок трубы максимальной в 13 метров, так как $x_1 = 1$ м, или 3 м) то ~~вероятность~~ ^{отрезок}

Если отрезок трубы равен 2 м метра, то ~~вероятность~~ ^{x_2 располагается} $\frac{1}{3}$ от вероятности, то так как $\frac{1}{2}$ меняется от x_1 линейно, x_2 попадет на отрезок $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{1}{16}$

V

(20)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94081 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



№ 6

Дано:

$ABC A_1B_1C_1$ - правильная
треугольная
призма,
вписанная
в сферу

AA_1, BB_1, CC_1 - стороны
ребра

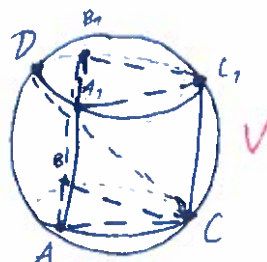
CD - диаметр сферы

K - середина ребра AA_1

$$CK = 2\sqrt{3}$$

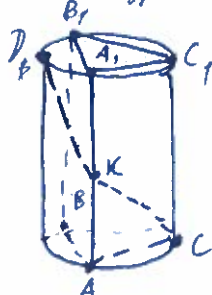
$$DK = 2\sqrt{2}$$

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = ?$$



Решение.

Из того, что призма правильная следует,
что задачу можно свести от сферы со
цилиндром

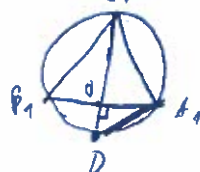


Так как CD диаметр
сферы O находится
в точке симметрии C_1
от каждого из центров
оси цилиндра.

1) $\triangle DA_1K$ прямоугольный, так как

$$DK = \sqrt{DA_1^2 + A_1K^2}. \text{ Обозначим } a$$

2) Найдем DA_1^2 (выразим через a)



$\angle C_1A_1D$ - прямой - опирается на диаметр CD

$\angle C_1A_1O = 60^\circ$, т.к. $A_1B_1C_1$ - правильный гр-к

$$\angle OA_1D = 30^\circ$$

$$A_1O = \frac{1}{2}a, \text{ т.к. } C_1O - \text{линия}$$

$$DA_1 = A_1O : \cos \angle OA_1D \text{ - т.к. } \triangle A_1OD \text{ прямоугольный}$$

$$DA_1 = \frac{1}{2}a : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$DA_1^2 = \frac{a^2}{3}$$

Вернёмся к 1)

Продолжение на следующем листе!



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94081 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



н 6 (продолжение)

3) $\triangle KAC$ прямоугольный - г.к. $AA_1 \perp (ABC)$
 $AC \subset (ABC)$

$$KC^2 = AC^2 + AK^2 \quad \text{— теорема Пифагора}$$

$$KC = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2}$$

$$4) \begin{cases} \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2} = 2\sqrt{3} & \text{— из уст и п. 3} \\ \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{4}} = 2\sqrt{2} & \text{— из уст и п. 2} \end{cases}$$

Позитивные величины всегда > 0 , возводим обе части ^{обоех уравнений} в квадрат

$$\begin{cases} a^2 + \frac{1}{4}b^2 = 12 \\ \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{4} = 8 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{вычитаем из первого второе} \end{array} \right.$$

$$\frac{2}{3}a^2 = 4$$

$$a = \sqrt{6}$$

$$\frac{b^2}{4} = 6$$

$$b = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$5) V_{ABC, A_1AC} = S_{ABC} \cdot b = \left(\frac{1}{2} a \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2} \right) b = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 b = \frac{\sqrt{3}}{4} 6 \cdot 2\sqrt{6} =$$

$$= \frac{3 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{2}}{4} = 9\sqrt{2}$$

Ответ: $9\sqrt{2}$. ✓ (30)



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

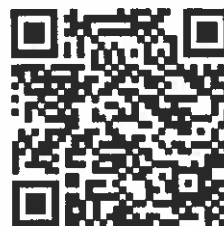
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94081 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

№ 1.

$$x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^3(x^3 - 1) - 2021x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^3(x^3 - 1) = \sqrt{2021}(-x^3 + 1)$$

$$2021x^3 + \sqrt{2021}$$

$$x^3(\sqrt{x^3 + 1}) - x^3 = 2021x^3 + \sqrt{2021}$$

$$f(a) = ax^3 - \sqrt{a}$$

$$f(1) \cdot x^3 - 2x^3 = f(2021)$$

$$(f(1) - 2)x^3 = f(2021)$$

Ответ: ?

Дано:

ABCD - трапеция

$$AB = 41$$

$$CD = 24$$

$$AC \perp BD$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$$

Решение:

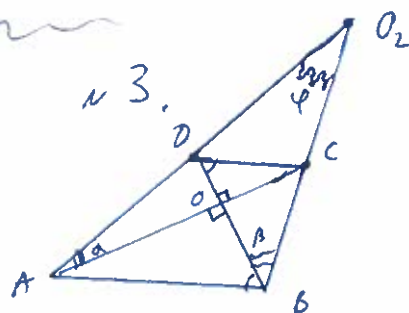
- 1) $\angle DBA = \angle BDC$ - скрещивающиеся при $AB \parallel DC$.
 $\triangle ABO \sim \triangle DCO$ - по двум углам.

$$\frac{BO}{OD} = \frac{AO}{OC} = \frac{AB}{DC} = \frac{41}{24}$$

$$2) S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} DO \cdot AO$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BO \cdot OC$$

Треугольники приложимы по условию.
 продолжение на следующей листе.



Правильно показано
 перпендикулярность, в том числе
 алгоритм решения
 задачи

Давыдов / Павлова /
 Решено



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \quad E = mc^2$$

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94081 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



~ 3 (продолжение)

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} DO \cdot AO = \frac{1}{2} \cdot \frac{41}{24} OC \cdot DO = \frac{1}{2} \cdot \frac{41}{24} \cdot \frac{24}{41} \cdot OC \cdot DO = S_{\Delta COB}$$

Кроме того:

$$S_{\Delta AOB} = AD \cdot \frac{DO}{AO} \cdot \cos \alpha$$

$$S_{\Delta BCO} = \frac{BO}{OC} \cdot BC \cdot \cos \beta$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = AD \cdot BC \cdot \cos \varphi$$

4) ΔAOB O_2 - пересечение AD и BC .

$$\varphi + \alpha + \beta + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$$

= 90 из ΔAOB

$$\varphi + \alpha + \beta = 90$$

Ответ?



~ 5.

Обозначим углы и катеты соответ. образом

	Рознь	Два	Три
Углы	x	y	z
Катеты	a	b	c

$$a + b = c \rightarrow b = c - a \quad (*)$$

$$3by = ax \rightarrow b = a \frac{x}{3y}$$

$$by = cz \rightarrow b = c \frac{z}{y}$$

$$10000 < x - y < 18000$$

$$18000 < z < 47000$$

Продолжение на следующей
странице



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94081 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



15 (продолжение)

Найдем наибольшую ~~продолжение~~ долю!

$$\frac{b}{a+b+c}$$

максимально.

Если числитель

максимально,
знаменатель
минимален

$b \uparrow$
 $a, c \downarrow$

$$b = \frac{a}{38}$$

$$b = c \frac{z}{y} \leftarrow \frac{z}{y} \text{ макс.}$$

но $\frac{z}{y} < 1$

$$y < 42000$$

из $b = a \frac{x}{38}$

$\uparrow$ макс $\uparrow$ мин

$$x \cdot \frac{x}{38} \text{ макс.}$$

$$y = \frac{18000}{1.95} \text{ мин } x \text{ макс}$$

$$x \text{ макс} = 18000 + 42000$$

$$\rightarrow 38(x-8) \text{ макс}$$

ответ? (D)