



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E = mc^2$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.



Математика

Площадка написания
Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 85015 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	1	0	6	2	0	2	0	3	0
Оценка цифрами	Оценка прописью	Подпись							
64	Шестьдесят четыре	Хасибуллин Р.Я.							

$$① x^6 - 2022x^2 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^2 = a, \quad a > 0$$

$$a^3 - 2022a - \sqrt{2021} = 0$$

$$a = -\sqrt{2021} \text{ — в. л. корень}$$

1	0	-2022	-√2021
-√2021	1	-√2021	-1
			0

$$a^2 - \sqrt{2021}a - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 45^2$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2}; \quad \sqrt{2021} < 45$$

$$2021 < 2025 \Rightarrow a_2 < 0, \text{ не подходит}$$

$$x^2 = a, \quad x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}; -\sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

Анализ: Значит — 6/шесть/5.
6 значений — 30/тридцать/5

Важно — 1/Важно/1
Роскошные

Но — √2021 < 0, не логично
для x²

55



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр

85015 Класс

11

Вариант

Дата

19.02.2022



⑥ Т.н. $AO = 3$ и $DF = FO = \frac{1}{2} OC$, то $OC = AO \cdot 4 =$
 $= 12$

н) Т.н. призма правильная, то $KC \perp (ABC)$.

Запишем теорему Пифагора для $\triangle DCK$:

$$DC^2 + KC^2 = DK^2$$

$$12^2 + KC^2 = (2\sqrt{6})^2$$

$$KC^2 = 24 - 144 = -120 \text{ — невозможно } \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Такой призма не существует.

Для общего случая, когда $DK = a$
 $DA = b$

$$V = 2KC \cdot S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \sqrt{a^2 - 4b^2} \cdot \frac{3\sqrt{3}ab^2}{4} =$$

$$= \frac{\sqrt{a^2 - 4b^2} \cdot 3\sqrt{3}ab^2}{2}$$

⊕ 30 305

Ответ: такой призма нет.

приращиваемое
разное, что
в целых числах
невозможно
не существует

Стр. 7

Решено
Давыдов / Лобанова / Давыдов



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 85015 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022



$$② \quad m\sqrt{m}(x^2-6x+5) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2-6x+5)} \leq \sqrt{m^3} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|, \quad m \geq 0$$

$x \neq 3$. Перепишем в виде:

$$m \left(\sqrt{m}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt{m}(x-3)^2} \right) \leq \sqrt{m^3} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|$$

$$\text{Т.к. } 0 \leq \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right| \leq 1, \text{ то } 0 \leq \sqrt{m^3} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right| \leq \sqrt{m^3}$$

По неравенству Коши:

$$\sqrt{m}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt{m}(x-3)^2} \geq 2 \Rightarrow m \geq 2m \Rightarrow$$

Для макс. m :

$$\Rightarrow 2m \leq \sqrt{m^3} \quad \text{т.к.} \quad 16m^4 \leq m^3 \Rightarrow m \leq \frac{1}{16} = 2^{-4}$$

$\Rightarrow$ ~~max~~ $m_{\max} = 2^{-4}$. Такое $m_{\max}$ подходит,

$$\text{когда } \sqrt{m}(x-3)^2 = \frac{1}{\sqrt{m}(x-3)^2}; \quad m \rightarrow (x-3)^4 = m^{-1}$$

$$x-3 = m^{-\frac{1}{4}}; \quad x = 3 + (2^{-4})^{-\frac{1}{4}} = 5. \text{ При данном } x$$

правая часть принимает макс значение, т.к.

$$\left| \cos \frac{\pi \cdot 5}{5} \right| = \left| \cos \pi \right| = 1. \text{ Значит верно во в-во.}$$

Ответ: $\frac{1}{16}$ ⊕ 10



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр

85015 Класс

11

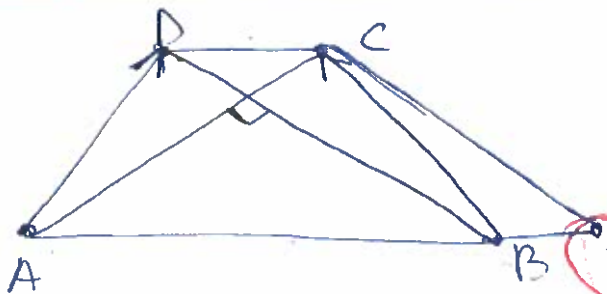
Вариант

Дата

19.02.2022



3.



$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = ?$$

$$\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{CD}$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC}$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = (\overline{AC} + \overline{CD})(\overline{BD} + \overline{DC}) =$$

$$= \underbrace{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}_{0 \text{ (} 90^\circ)} + \overline{AC} \cdot \overline{DC} + \overline{CD} \cdot \overline{BD} + \overline{CD} \cdot \overline{DC} =$$

$$= \overline{DC}(\overline{AC} + \overline{BD}) - 20^2$$

$$- 20^2 \text{ (} \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 141^2 \text{)}$$

Положим от точки C прямую $\parallel$ BD.

$$\text{Тогда } \overline{DB} = \overline{CK} \Rightarrow \overline{DC}(\overline{AC} + \overline{DB}) - 20^2 =$$

$$= \overline{DC} \cdot (\overline{AC} + \overline{CK}) - 20^2 = \overline{DC} \cdot \overline{AK} - 20^2$$

т.к. $\overline{DC} \parallel \overline{AK}$, то $\overline{DC} \cdot \overline{AK} = DC \cdot AK$. Т.к.

$$\overline{BD} \parallel \overline{CK}, \text{ то } CD = BK \text{ и } AK = 101 + 20 = 121 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{DC} \cdot \overline{AK} - 20^2 = DC \cdot AK - 20^2 = 20 \cdot 121 - 20^2 = 20 \cdot 120 =$$

$$= 2400$$

Ответ: 2400

Дописана середина
ариф. прогрессии!
Внимательно

Стр. 3

критерием!
Павлов - / Потапова /
В. Потапова



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

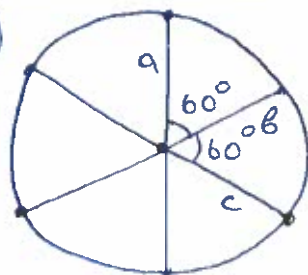
Математика

Шифр 85015 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022



4.



1) Геологов 2, дорог 6. Значит
всего вариантов, как пойдут
геологи $6^2 = 36$

2) В 6 секторах из 36 они

пойдут по одной дороге и расст-е между
ими будет $0 < 6$

3) В 12 секторах, когда они пойдут по
соседним дорогам, расст-е между ними
будет равно: $d = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 4 < 6$

4) В 12 секторах, когда они пойдут по доро-
гам, состав-т угол 120° , $d = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ =$
 $= 4\sqrt{3} > 6$

5) В 6 секторах, когда они пойдут по проти-
воположным дорогам ($\alpha = 180^\circ$) $d = 4 \cdot 2 = 8 > 6$

Им подходит случаи 4 и 5 и значит
вероятность равна: $\frac{12+6}{36} = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$ $\oplus 206$



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2$$

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

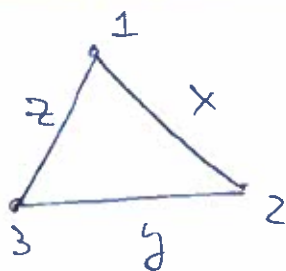
Математика

Шифр 85015 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022



5.



- 1) Страница представляет собой треугольник (т.е. по условию не лежит на одной прямой)
- 2) Составим систему:

$$\begin{cases} 2z = x + y \\ x + a = z + y & ; y = x + a - z \\ x + z = 75 & ; x = 75 - z \end{cases} \quad (2)$$

$$2z = x + x + a - z ; 3z = 2x + a$$

$$3z = 150 - 2z + a ; 5z = 150 + a$$

$$z = 30 + \frac{a}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 75 - 30 - \frac{a}{5} = 45 - \frac{a}{5} ; y = 45 - \frac{a}{5} + a - 30 - \frac{a}{5} = 15 + \frac{3a}{5}$$

$$3) x > 0 \Rightarrow 45 > \frac{a}{5} ; a < 225$$

$$4) a > 0, \text{ т.е. } \text{иначе } x > z + y \text{ из (2) } y - z, \text{ но это невозможно для } \Delta\text{-ка.}$$

$$\text{из (3)(4): } 0 < a < 225 \quad 0 < a < 100$$

$$5) a = 15: x = 42; y = 24; z = 33$$

Ответ: а) $0 < a < 225$ $0 < a < 100$

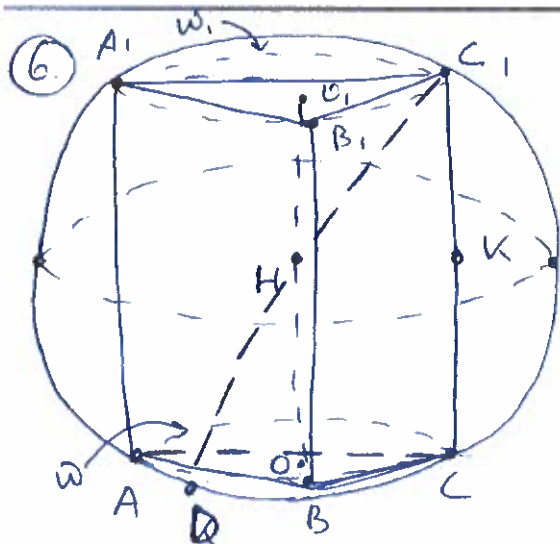
$$б) 1-2: 42; 2-3: 24; 3-1: 33$$

Стр. 5

Из пер-ва $\Delta\text{-ка: } a > 0$

$$\begin{cases} x + y > z & \begin{cases} 60 + \frac{2a}{5} > 30 + \frac{a}{5} \\ 75 > 15 + \frac{3a}{5} \end{cases} \\ x + z > y & \begin{cases} 75 > 15 + \frac{3a}{5} \\ 45 + \frac{a}{5} > 45 - \frac{a}{5} \end{cases} \\ y + z > x & \begin{cases} 45 + \frac{a}{5} > 45 - \frac{a}{5} \\ 15 + \frac{3a}{5} > 45 - \frac{a}{5} \end{cases} \end{cases} \quad \begin{matrix} a < 100 \\ a < 100 \end{matrix}$$

205



1) Пусть O_1 и O — центры
опр.-тей ω и ω соответ-
ственно. O и O_1 — центры
описанных опр.-тей тре-
угольников ABC и $A_1B_1C_1$,
соотв.-но. Тогда т.к.
призма $ABCA_1B_1C_1$ правиль-
ная OO_1 пройдет через

центр сферы. Причем, т.к. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ в
силу симметрии $O_1H = OH$

2) Проведем диаметр через C_1 и H , по условию
он пересекет сферу в точке D . $DH = HC_1 = R$,
 $O_1H = OH$ и $\angle DHO = \angle C_1HO$, как вертикал. $\Rightarrow$
 $\triangle C_1O_1H = \triangle DOH \Rightarrow DO = C_1O_1$. Из рав-ва
треугольников $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ следует, что
 $C_1O_1 = CO$

3) Рассмотрим нп-тб (ABC) :

По условию $DA = 6$. Т.к. CF — медиана
($\omega : FO = 2 : 1$). Значит $ADFO$ — пер-тн D ,
 $\Rightarrow BO = 6$, но $\triangle ABC$ правильный $\Rightarrow$

$\Rightarrow AO = BO = CO = 6$; $\angle AOB = 120^\circ \Rightarrow FO = \frac{1}{2}AO = 3$

