

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$


**ШИФР** 18693

 Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

 Площадка написания Санкт-Петербургский горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	—	8	8	12	12	—	—	—	48	сорок восемь	<i>Евгений</i>

$$5. \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$$

$$\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 = -2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = -\frac{1}{2} \sin^2 2\alpha \quad (*) - \text{числитель}$$

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = 1$$

$$\sin^6 \alpha + 3 \sin^4 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^4 \alpha + \cos^6 \alpha = 1$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1 = 1 - 3 \sin^4 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^4 \alpha - 1 =$$

$$= -\frac{3}{4} \cdot 4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha - \frac{3}{4} \cdot 4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha =$$

$$= -\frac{3}{4} \cdot \sin^2 2\alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -\frac{3}{4} \cdot \sin^2 2\alpha \quad (**) - \text{знаменатель}$$

$$\frac{**}{*} = \frac{-\frac{1}{2} \sin^2 2\alpha}{-\frac{3}{4} \sin^2 2\alpha} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}, \text{ ч. н. г.} \quad +85$$

$$1. A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{(\frac{1}{2})^{-2} - 5 \cdot (\frac{1}{4}) + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{5}{4 \cdot 5} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + \frac{9}{4}$$

$$0,6 \cdot A = 0,6 \cdot 5 = 3$$

Ответ: 3

+45

2. Н. Р. Л.

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$$

$$0,2 : 0,5 : 0,1$$

$$V_H = 0,2x \quad V_P = 0,5x \quad V_L = 0,1x \quad V_{\Gamma} = 0,3 \cdot 0,5x = 0,15x$$

$$V_{\text{совм}} = 0,2x + 0,5x + 0,1x + 0,15x = 0,95x$$

$$0,5x = 8 + 0,2x + 0,1x + 0,15x$$

$$0,5x = 8 + 0,45x$$

$$0,05x = 8$$

$$x = \frac{8 \cdot 100}{5} = 160$$

$$V_{\text{совм}} = 0,95 \cdot 160 = 152 \text{ м}^3$$

Ответ: 152

$$7. \sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$\left. \begin{aligned} 8x - x^2 - 7 - 2\sqrt{8x - x^2 - 7} \cdot \sqrt{11 - x} + 11 - x &\geq 9x - x^2 - 18 \\ 3x - x^2 - 7 - 2\sqrt{8x - x^2 - 7} \cdot \sqrt{11 - x} + 11 - x &\geq 9x - x^2 - 18 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x \leq 11 \\ x^2 - 8x + 7 &\leq 0 \\ x^2 - 9x + 18 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$7x + 4 - 9x + 18 \geq 2\sqrt{8x - x^2 - 7} \cdot \sqrt{11 - x}$$

$$22 - x \geq 2\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} \quad | : 2$$

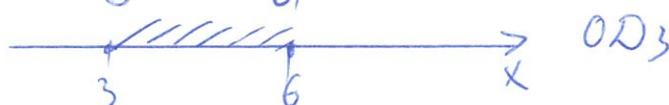
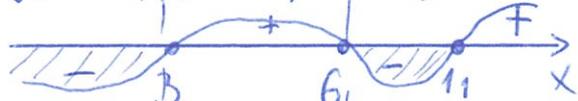
$$(11 - x)^2 \geq (8x - x^2 - 7)(11 - x)$$

$$(11 - x)^2 - (11 - x)(8x - x^2 - 7) \geq 0$$

$$(11 - x)(11 - x - 8x + x^2 + 7) \geq 0$$

$$(x - 11)(x^2 - 9x + 18) \leq 0$$

$$(x - 11)(x - 3)(x - 6) \leq 0$$



Ответ: {3}; {6}

6. пусть  $t$  - время выезда после взрыва

$$10 + 3t = 5t$$

$$10 = 2t$$

$$t = 5$$

То есть через 5 часов после выезда они выехали. Оса все 5 ч летела непрерывно со скоростью 12 м/ч  $\Rightarrow S_{\text{оса}} = 5 \cdot 12 = 60$

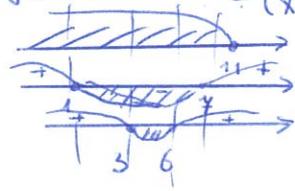
Ответ: 60

+125

+45

OD3

$$\begin{cases} 11 - x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 11 \\ (x-1)(x-7) \leq 0 \\ (x-6)(x-3) \leq 0 \end{cases}$$



$x \in [3; 6]$

4.  $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$

$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$

$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$

$x^3 - x^2 - x = 0$

$x(x^2 - x - 1) = 0$

$x = 0$

не удовл ОДЗ

или

$x^2 - x - 1 = 0$

$D = 1 + 4 = 5$

$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$      $x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$  (не ∈ ОДЗ т.к < 0)

Ответ:  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

+ 80

ОДЗ  $x^3 - 3x + 1 \geq 0$

ОФФ  $x - 1 \geq 0$ ;  $x \geq 1$

проверить на ОДЗ  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,6$   
 $4,096 - 4,8 + 1 \geq 0$

⇒ удовл.

