ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 17003

Класс 9 **Вариант** 1-1 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания Горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	5	15	15	20	20	100	сто	~~[illegible]~~

№1.

$$\frac{5\frac{1}{5}-4,1}{3\frac{2}{3}} = \frac{\frac{52}{10}-\frac{41}{10}}{\frac{11}{3}} = \frac{11}{10}\cdot\frac{3}{11} = \frac{3}{10} = 0,3$$

+5б

№2.

Пусть x_1 – кол-во станков, которое изготовила бригада №1; x_2 – №2; x_3 – №3.

Тогда:

$$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2+x_3=366 \\ x_2=0,85\cdot x_1 \\ x_3=1,2\cdot x_1 \end{array}\right| \Rightarrow x_1+0,85x_1+1,2x_1=366 \Leftrightarrow 3,05x_1=366 \Leftrightarrow x_1=12$$

+5б

Ответ: 120 станков.

№4

$$\sqrt{5-3x}>1 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-3x>1 \\ 5-3x>0 \end{cases} \Leftrightarrow 4>3x \Leftrightarrow x<\frac{4}{3}$$

Тогда наибольшее целое значение x – 1.

+5б

Ответ: 1

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 17003

№3.

$x \geq 0$ $y \geq 0$

$$\frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{xy^2}-\sqrt{x^2y}-\sqrt{y^3}}{\sqrt[4]{y^5}+\sqrt[4]{x^4y}-\sqrt[4]{xy^4}-\sqrt[4]{x^5}}=\frac{\sqrt{x}(x+y)-\sqrt{y}(x+y)}{\sqrt[4]{y}\cdot(x+y)-\sqrt[4]{x}(x+y)}=$$

$$=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{y}-\sqrt[4]{x}}=\frac{(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y})}{\sqrt[4]{y}-\sqrt[4]{x}}=-\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}$$

При $x=81;\ y=10^{-4}$:

$$-\sqrt[4]{81}-\sqrt[4]{10^{-4}}=-3-0{,}1=-3{,}1.$$

Ответ: $-3{,}1$.

+5б

№5.

$$\frac{13-x}{6-2x}>4 \Leftrightarrow \frac{13-x-4\cdot(6-2x)}{6-2x}>0 \Leftrightarrow \frac{-11+7x}{6-2x}>0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-11+7x>0\\6-2x>0\end{cases}\\\begin{cases}-11+7x<0\\6-2x<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>\frac{11}{7}\\x<3\end{cases}\\\begin{cases}x<\frac{11}{7}\\x>3\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{11}{7}\\x<3\end{cases}$$

$$x\in\left(1\tfrac{4}{7};\ 3\right).$$

Тогда единств. реш. в целых числах – 2. (т.е. и сумма всех реш. – 2).

Ответ: 2.

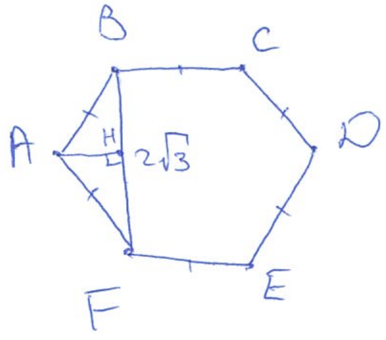
+5б

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 17003

№6.



$ABCDEF$ – прав. 6и-угольник.
Сумма углов в 6и-уг. – $(n-2)\cdot 180^\circ = (6-2)\cdot 180^\circ = 720^\circ$. Т.к. он – правильный, то все стороны равны, и каждый угол равен 120°. $\left(\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ\right)$

Диагональ $|BF| = 2\sqrt{3}$

Рассм. $\triangle ABF$. OH – р/б $\Rightarrow \angle ABF = \angle AFB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$.

Проведём его высоту AH. В прм.$\triangle AHF$ $\angle AFH = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}AF$ (в прм. $\triangle$-ке против угла в 30° лежит катет, равный $\frac{1}{2}$ гипотенузы).

По т. Пифагора $AH^2 + HF^2 = AF^2$.

В р/б $\triangle$-ке высота (пров. к осн.) явл. медианой и высотой. Тогда $|BH| = |HF| = \sqrt{3}$

$HF^2 = AF^2 - \left(\frac{AF}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{4AF^2 - AF^2}{4} = 3 \Leftrightarrow AF^2 = 4 \Leftrightarrow AF = 2$

Значит периметр $ABCDEF = AF\cdot 6 = 2\cdot 6 = 12$

+5б

Ответ: 12.

№7.

$\sqrt{-x^2+2x+35} = -x-5 \Leftrightarrow \sqrt{-(x-7)(x+5)} = -x-5 \Leftrightarrow \begin{cases} (7-x)(x+5) = (x+5 \\ -x-5 \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+5)\left((x+5)-(7-x)\right) = 0 \\ x \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+5=0 \\ 2x-2=0 \end{array}\right. \\ x \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=1 \end{array}\right. \\ x \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = -5$

Ответ: $\{-5\}$

+15б

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 17003

№8.

$7252 = 2\cdot2\cdot7\cdot7\cdot37$
Сгруппируем на множ. 28 и 259
(в сумме 287, произв. – 7252)

$$n^2 - 287 + 7252 < 0 \Leftrightarrow (n-28)\cdot(n-259) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} n-28<0 \\ n-259>0 \end{cases} \\ \begin{cases} n-28>0 \\ n-259<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} n<28 \\ n>259 \end{cases} \\ \begin{cases} n>28 \\ n<259 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow n \in (28; 259).$$

Все целые числа $\vdots 7$ в промежутке $(28; 259)$: $\underset{7\cdot5}{35}; \underset{7\cdot6}{42}; \ldots; \underset{7\cdot35}{245}; \underset{7\cdot36}{252}$

$$35+42+\ldots+245+252 = 7\cdot(5+6+\ldots+35+36) =$$

$$= 7\cdot16\cdot(36+5) = 112\cdot41 = 4592.$$

+ 15б

№10.

Рассм. кол-во цифр в разряде единиц:

1: 1; 11; 21; 31; 41; ...; 981; 991: всего 100 шт.

2 – аналогично 100 шт.

...

9 – 100 шт.

цифры в разряде десятков:

1: 10 – 19 (10 шт.); 110 – 119 (10 шт.); 210 – 219 (10 шт.); ...; 910 – 919 (10 шт.): всего 100 шт. (10 групп по 10 ш

2: аналогично 100 шт.

...

9: 100 шт.

Продолжение на листе №5.

ШИФР 17003

№ 10

(продолжение).

Цифры в разряде сотен:

1: 100 − 199 : 100 шт.

2: 100 шт.

...

9: 100 шт.

Цифры в разряде тысяч:

1 − 1 шт. (1000).

Тогда общая сумма всех цифр:

$(1+2+\ldots+9)\cdot 100\cdot 3+1 = 13501.$ +20 б

Ответ: 13501.

№ 9.

По условию сост. таблицу: в кот. n − изначальное кол-во конфет.

	съел д.1	съел д.2	ост.
Н	$2x$	$\frac{y}{2}$	8
М	x	$\frac{y}{2}$	$n-x-\frac{y}{2}$
Г	$3x$	y	$n-3x-y$ (‖) $\left(n-x-\frac{y}{2}\right)\cdot 5$

$$\begin{cases} n-2x-\frac{y}{2}=8 \\ n-x-\frac{y}{2}=5\cdot(n-3x-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=8+2x+\frac{y}{2} \\ n-x-\frac{y}{2}=40-5x-\frac{5}{2}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=40-4x-2y \\ n=8+2x+\frac{y}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow 40-4x-2y-8-2x-\frac{y}{2}=0 \Leftrightarrow 6x+2{,}5y=32.$

Такое ур-ие в натур. числах имеет единств. решение: $\begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$ +20 б

$n=8+2x+\frac{y}{2}=8+4+4=16$ Ответ: всего было по 16 шт. Г